1 Exercice

1. Le volume du petit pavé est $2 \times x \times 1 = 2x\text{cm}^2$; le volume du grand pavé est $5 \times 4 \times 5 = 100\text{cm}^2$.
   Le volume du flacon 1 en cm^2 est donc : $V_1(x) = 2x + 100$.
2. Le volume du solide $ABCDEFGH$ est la différence des volumes de s pyramides $ABCDS$ et $EFGHS$: $\frac{1}{3} \times (AB \times AC \times SO - EF \times FG \times SO') = \frac{1}{3} \times (6 \times 4 \times 11 - 3 \times 2 \times 5,5) = 77\text{cm}^2$.
   Et le volume du pavé droit est : $3 \times 3 \times x = 6x$.
   D'o le volume du flacon : $V_2(x) = 6x + 77$.
3. a)

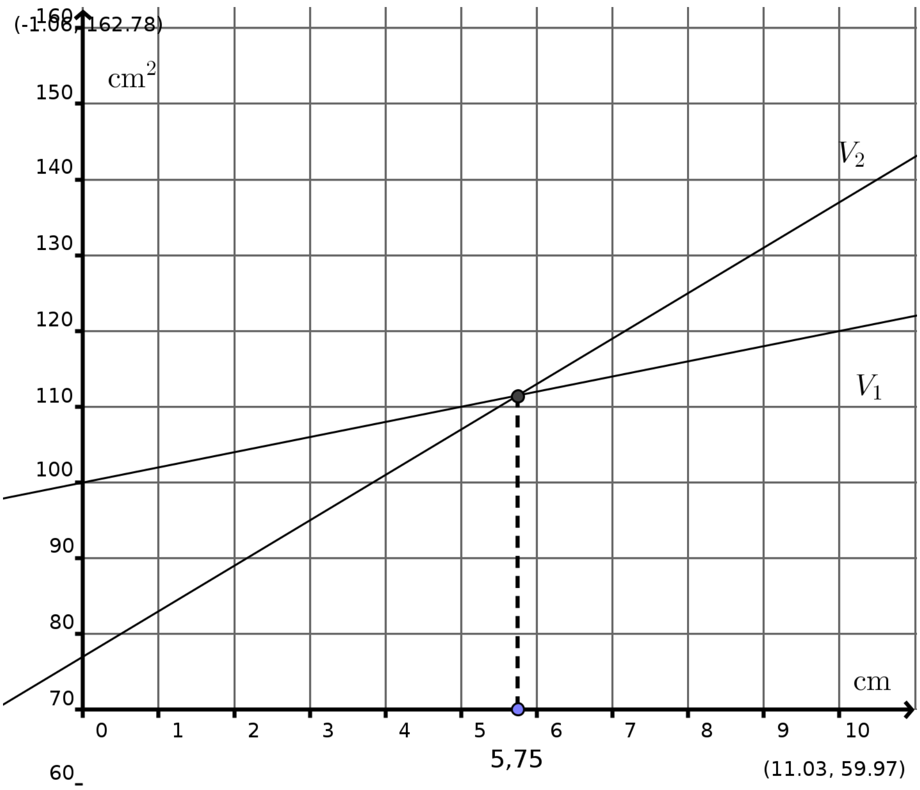

FIGURE 1 – Représentation graphique des volumes des flacons.

   b) Si $V_1(x) = V_2(x)$ alors aux erreurs de lecture près : $x = 5,7\text{cm}$.

   c) $V_1(x) = V_2(x) \Leftrightarrow 2x + 100 = 6x + 77$
   $V_1(x) = V_2(x) \Leftrightarrow 4x = 23$
   $V_1(x) = V_2(x) \Leftrightarrow x = 5,75$

   d) $V_1(5,75) = 2 \times 5,75 + 100 = 111,5\text{cm}^2$
   $V_2(5,75) = 6 \times 5,75 + 77 = 111,5\text{cm}^2$
   $1\text{cm}^3 = 10^{-3}\text{dm}^3 = 10^{-3}\text{L} = 10^2.10^{-3}\text{cL} == 10^{-1}\text{cL}$. Donc : $V_1(5,75) = 11,15\text{cL}$.

2 Exercice

1. On fait un rapport de proportionnalité : $d(28) = \frac{2,8}{10} \times 28 = 7,84\text{s}$.
2. Là encore on use de la proportionnalité : $l(3,5) = \frac{10}{2,8} \times 3,5 = 12,5\text{cm}$.
3. Notons x et y les dimensions du rectangle. Le périmètre du rectangle est : $l(6,3) = \frac{10}{2,8} \times 6,3 = 22,5\text{cm}$. Donc : $2.x + 2.y = 22,5$. Autrement dit : $x + y = 11,25$.

On peut donc choisir, par exemple :
$\begin{cases} x = 2 \\ y = 9,5 \end{cases}$
$\begin{cases} x = 3 \\ y = 8,5 \end{cases}$

4. Si le carré a une diagonale de 6cm, d'après le théorème de Pythagore, la longueur x d'un de ses côtés vérifie : $2.x^2 = 6^2 = 36$. Et donc : $x = 3\sqrt{2}$ x étant une longueur est la seule solution positive.
Donc le périmètre du carré est : $4.x = 12\sqrt{2}$. Donc le temps mit pour le tracé est : $d(4.x) = \frac{2{,}8}{10} \times 12\sqrt{2} \simeq 4,8$s.
5. * $ABED$ est un carré. Le temps mis pour tracé les côtés AB, DE et AE (hors temps de changement de direction) est : $d(3 \times 6) = \frac{2{,}8}{10} \times 3 \times 6 = 5,04$s.
   * Notons O le milieu de $[BD]$. (CH) est la médiatrice de $[AE]$ donc de $[BD]$. Le triangle BCD est donc isocèle en C. Donc : $BC = CD$.
   Calculons cette longueur BC.
   BOC est rectangle en O donc, d'après le théorème de Pythagore : $BO^2 + OC^2 = BC^2$. Ainsi : $BC = \sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2 + (10-6)^2} = 5$cm.
   Le temps mit pour tracer BC est : $d(5) = \frac{2{,}8}{10} \times 5 = 1,4$s.
   Le temps mit pour tracer BC et CD est 2,8s.
   * En commençant le tracé de la figure par un des sommets il y a 4 changements de directions ce qui prend 0,4 secondes.

   En sommant les temps de tracé de tous les composants de la figure : $0,4 + 2,8 + 5,04 = 8,24$s.

3 Exercice

1. On peut utiliser le théorème de Thalès. Démontrons ce résultat par le biais des vecteurs. Montrons que $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{LK}$.
D'une part : $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BJ}$ d'après la relation de Chasles. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}.\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}.\overrightarrow{BC}$ car I (resp. J) est le milieu de $[AB]$ (resp. $[BC]$). Donc, d'après la relation de Chasles : $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}.\overrightarrow{AC}$.
D'autre part et de la même façon on montre : $\overrightarrow{LK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
Et donc : $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{LK}$, autrement dit $IJKL$ est un parallélogramme.
2. a) Puisque $ABCD$ est un carré (LJ) est la médiatrice de $[AD]$. De même (IK) est la médiatrice de $[AB]$. (AB) et (AD) étant perpendiculaires (LJ) et (IK) le sont donc aussi.
   Ainsi $IJKL$ est un parallélogramme dont les diagonales sont orthogonales, il s'agit donc d'un losange.
   De plus : $LJ = AB = AD = IK$. Le diagonales du losange $IJKL$ ont même longueur donc c'est un carré.
   b) L'image de I par la symétrie d'axe (AC) est L. Ceci peut être vérifié en remarquant que (AC) est un axe de symétrie pour le carré $ABCD$ ou bien en remarquant une configuration de Thalès.
   c) (AC) est une médiane du triangle ABD. De même (LB) est aussi une médiane de ABD. Donc P est le centre de gravité de ABD. Puisque DI est aussi une médiane les points D, I et le centre de gravité P sont alignés.
   d) On a déjà remarqué que (DI) est une médiane du triangle ABD donc $\frac{DP}{DI} = \frac{2}{3}$.
   e) Si O est le centre du carré $ABCD$, alors (CO) est une médiane de BCD, (DJ) en est une autre donc R est le centre de gravité du triangle BCD. On en déduit : $\frac{CR}{OC} = \frac{2}{3}$ et donc $CR = \frac{2}{3}.OC = \frac{2}{3}.\frac{AC}{2}$.
   Or $PR = AC - 2.CR = AC - \frac{2}{3}.AC = \frac{1}{3}.AC$.