1 Exercice

1.

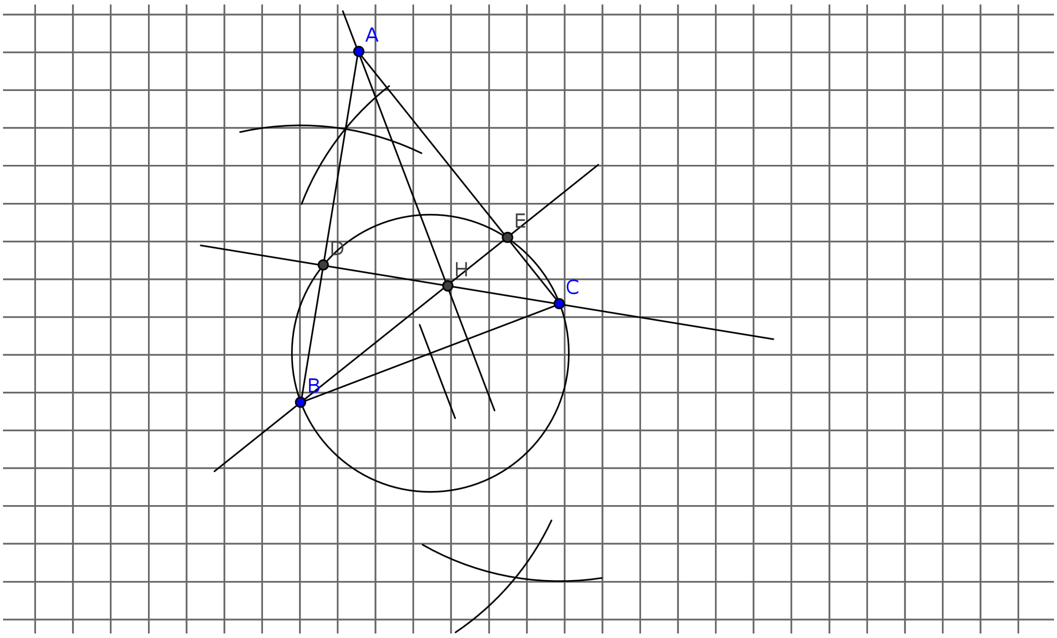

FIGURE 1 – Représentation des données de l'énoncé.

2. Puisque D appartient au cercle de diamètre $[BC]$, BCD est rectangle en D. De même BCE est rectangle en E.
   Donc (CE) et (BD) sont des hauteurs du triangle ABC. Le point d'intersection de (CE) et (BD) est donc l'orthocentre du triangle ABC.
   Donc (AC) est la troisième hauteur du triangle. On en déduit que (BC) et (AH) sont perpendiculaires.

3.

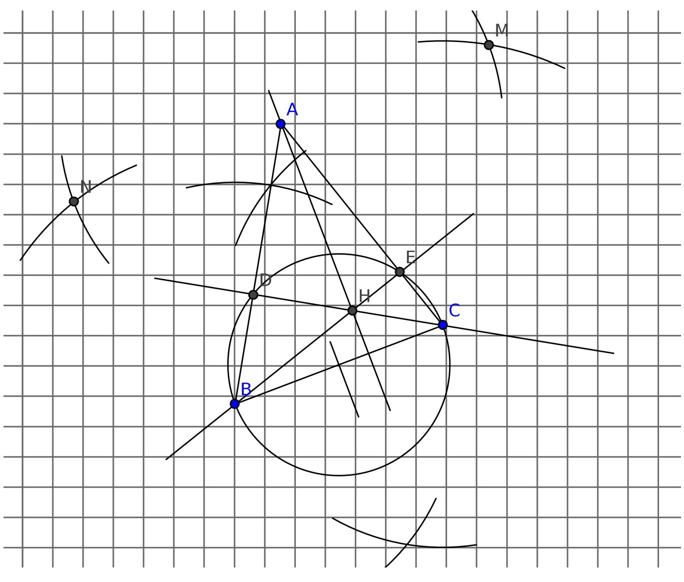

FIGURE 2 – Tracé des points D, E, H.

4. $BCMA$ est un parallélogramme donc : $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AM}$. $BCAN$ est un parallélogramme donc : $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{NA}$. De ces deux égalités on déduit par transitivité : $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{AM}$. Et donc A est milieu de $[MN]$.

2 Exercice

1. a) La largeur de la pièce est 418 cm. On précède à la division euclidienne : $418 = 14 \times 29 + 12$. Le nombre maximal de dalles que l'on peut poser dans la largeur est 14.
   b) La longueur de la pièce est 567 cm. On procède à la division euclidienne : $567 = 19 \times 29 + 16$. Le nombre maximal de dalles que l'on peut poser dans la longueur est 19.
   c) Puisqu'il pose 14 dalles dans le sens de la largeur il y aura 15 joints et chaque joint mesurera donc $\frac{12}{15} = \frac{4}{5} = 0,8$cm.
   Puisqu'il pose 19 dalles dans le sens de la largeur il y aura 20 joints et chaque joint mesurera donc $\frac{16}{20} = \frac{4}{5} = 0,8$cm.
   Les joints auront tous la même longueur à savoir 0,8cm.
2. Notons x le nombre (réel) de dalles posées dans le sens de la largeur. On a : $(36+0,6).x = 418$.
   Donc : $x = \frac{418}{36,6} \simeq 11,421$. Il faudra donc 12 carreaux dans le sens de la largeur.
   Notons y le nombre (réel) de dalles posées dans le sens de la longueur. On a : $(36+0,6).y = 567$.
   Donc : $x = \frac{567}{36,6} \simeq 15,492$. Il faudra donc 16 carreaux dans le sens de la longueur.
   Le nombre de dalles nécessaires est $14 \times 16 = 224$.
3. Calculons le coût en choisissant le premier modèle.
   Dans ce cas il pose $14 \times 19 = 266$ dalles. Chaque dalle coûtant 2,30€, cela coûtera en tout : $266 \times 2,30 = 611,80$€.
   Calculons le coût en choisissant le second modèle.
   Dans ce cas il pose 244 dalles. Chaque dalle coûtant 3,10€, cela coûtera en tout : $244 \times 3,10 = 756,40$€.
   Le premier choix est donc moins coûteux.

3 Exercice

1. Notons a, b, c les trois chiffres du nombre $\overline{abc}$ recherché.
   Puisque la différence entre ce nombre et son « retourné » est 99 : $100.a + 10.b + c - 100.c - 10.b - a = 99$. Autrement dit : $a - c = 1$. Et donc $c = a - 1$.
   Puisque la somme de ses trois chiffres égale 14 : $a + b + c = 14$. Comme $c = a - 1$, $2.a + b = 15$.
   Puisque la différence entre le double du chiffre des dizaines et le triple du chiffre des centaines égale 2 : $2.b - 3.a = 2$.
   On a ainsi un système de deux équations à deux inconnues :
   $$\begin{cases} 2.a + b = 15 \\ -3.a + 2.b = 2 \end{cases}$$
   En multipliant la première équation terme à terme par -2 puis en additionnant les deux équations on obtient : $-7.a = -28$. Autrement dit : $a = 4$. Puis d'après la première équation : $b = 15 - 2 \times 4 = 7$.
   Comme $c = a - 1$, $c = 3$.
   Finalement : $\overline{abc} = 473$. Réciproquement on s'assure que ce nombre vérfie bien toutes les conditions de l'énoncé, notamment « ce nombre est plus grand que son retourné » : $473 \geq 374$.
2. a) Puisque :
   $$\begin{cases} 473 = 11 \times 43 \\ 4 + 3 = 7 \end{cases}$$
   cette conjecture s'applique au nombre trouvé à la question 1.

b) Soient a, b, c trois chiffres tels que $b = a + c$. On a alors : $\overline{abc} = 100.a + 10.b + c = 100.a + 10.a + 10.c + c = 11 \times 10.a + 11.c = 11.(10.a + c) = 11.\overline{ac}$. Donc $\overline{abc}$ est divisible par 11.

c) $\left\{ \begin{array}{c} 979 = 11 \times 89 \\ 9 + 9 \neq 7 \end{array} \right.$