

**Session 2008**

**MAT-08-PG2**

*Repère à reporter sur la copie*

**CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ÉCOLES**

**Mercredi 30 avril 2008 - de 8h 30 à 11h 30**  
**Deuxième épreuve d'admissibilité**

**MATHÉMATIQUES**

**Durée : 3 heures**  
**Coefficient : 3**  
**Note éliminatoire 5/20**

Rappel de la notation :

Il est tenu compte, à hauteur de **trois points** maximum, de la qualité orthographique de la production des candidats.

Ce sujet contient 8 pages, numérotées de 1/8 à 8/8. Assurez-vous que cet exemplaire est complet. S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

***L'utilisation de calculatrices n'est pas autorisée.***

***L'usage de tout ouvrage de référence, de tout document et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.***

***N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez devra, conformément au principe d'anonymat, ne comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc.***

***Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.***

***Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.***

### **EXERCICE 1 (4 points)**

1) Voici un problème donné à des élèves du cycle des approfondissements :

*Dans la cour des maternelles, il y a des bicyclettes et des tricycles.  
J'ai remarqué :  
- qu'il y a au moins trois bicyclettes et trois tricycles ;  
- qu'il n'y a pas plus de dix bicyclettes, ni plus de dix tricycles ;  
- qu'il y a en tout 31 roues.  
Avec ces renseignements, combien peut-il y avoir de bicyclettes et de tricycles ?*

Démontrer qu'il existe exactement deux réponses possibles à ce problème.

2) Une boîte de chocolats contient moins de 100 chocolats. En répartissant les chocolats en tas de deux, ou en tas de trois, ou en tas de quatre, il en reste un à chaque fois, mais en les répartissant en tas de cinq, il n'en reste pas.

Combien peut-il y avoir de chocolats dans la boîte ? Justifier en explicitant la démarche utilisée.

### **Question complémentaire (4 points)**

1) En s'appuyant sur les objectifs énoncés pour l'enseignement des mathématiques au cycle 3 donnés en **annexe 1**, justifier que l'on puisse proposer le premier problème (celui des roues) à des élèves de cycle 3.

2) Un enseignant propose d'utiliser un tableur pour effectuer les calculs. Le tableur fournit le tableau suivant :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	15	18	21	24	27	30	33	36
3	4	17	20	23	26	29	32	35	38
4	5	19	22	25	28	31	34	37	40
5	6	21	24	27	30	33	36	39	42
6	7	23	26	29	32	35	38	41	44
7	8	25	28	31	34	37	40	43	46
8	9	27	30	33	36	39	42	45	48
9	10	29	32	35	38	41	44	47	50

- À quelle variable du problème correspondent les nombres de la ligne 1 ?
- À quelle variable du problème correspondent les nombres de la colonne A ?
- Pour chacune des cellules F4 et D7, donner une formule pouvant y être écrite.
- Donner un avantage à l'utilisation du tableur pour résoudre ce problème.

3) Deux élèves, Gaëlle et Loïs, ont résolu le premier problème de l'exercice 1. Leurs productions sont données en **annexe 2** (2-a et 2-b).

- a) Décrire les procédures utilisées par chaque élève, relever les erreurs éventuelles et en proposer une analyse.
- b) Montrer en quoi, lors d'une mise en commun, les solutions proposées peuvent être complémentaires.

### **EXERCICE 2 (4 points)**

Pour l'ensemble des questions de cet exercice, **les traits de construction doivent rester apparents.**

- 1) Placer deux points A et C non situés sur les lignes de la copie. Ces deux points sont les sommets opposés d'un carré ABCD. Construire ce carré à la règle et au compas et justifier la construction en citant la ou les propriétés géométriques utilisées.
- 2) a) Construire un rectangle EFGH tel que la longueur du côté EF soit 7 cm et celle de la diagonale EG soit 9 cm. Justifier la construction en citant la ou les propriétés géométriques utilisées.  
b) La construction d'un rectangle dont on impose la longueur d'un côté et celle de la diagonale est-elle toujours réalisable ? Justifier.
- 3) Construire deux rectangles IJKL et IMKN. Quelle est la nature du quadrilatère MJNL ? Justifier la réponse.

### **Question complémentaire : (4 points)**

- 1) **Pour cette question, se reporter aux exercices 3, 4 et 5 du document reproduit dans l'annexe 3.**
  - a) Expliciter un point commun et une différence entre les tâches demandées aux élèves dans l'exercice 3 et celles demandées dans les exercices 4 et 5.
  - b) Quel(s) outil(s) le maître pourrait-il fournir aux élèves pour qu'ils valident eux-mêmes leurs réponses dans les exercices 4 et 5 ?
- 2) **Pour cette question, se reporter à l'exercice 3 du document reproduit dans l'annexe 4.** Indiquer trois difficultés que les élèves pourraient rencontrer dans la réalisation de cet exercice.

### **EXERCICE 3 (4 points)**

Deux robots, Arthur et Boz, sont placés aux deux extrémités d'une piste rectiligne de 300 mètres de long qui relie un point A à un point B.

Arthur est placé au point A et Boz au point B. On les fait partir l'un vers l'autre à 9 heures précises.

Arthur se déplace à la vitesse constante de 6 km/h et Boz à la vitesse constante de 24 km/h.

- 1) Exprimer ces deux vitesses en mètre par minute.
- 2) On veut déterminer l'heure de rencontre des deux robots.
  - a) Représenter dans un même repère les déplacements des deux robots.
  - b) Par lecture graphique, estimer l'heure de la rencontre.
- 3) Déterminer par le calcul, l'heure de rencontre des deux robots.

## ÉDUCATION SCIENTIFIQUE

### MATHÉMATIQUES

#### OBJECTIFS

Les connaissances et les savoir-faire développés au cycle 3 doivent contribuer au développement d'une pensée rationnelle, à la formation du citoyen, et permettre de bénéficier au mieux de l'enseignement donné au collège. Ce triple impératif concerne aussi bien les connaissances que doivent acquérir les élèves que leur capacité à les mobiliser, de façon autonome, pour résoudre des problèmes. L'enseignement du calcul doit associer étroitement la construction du sens des opérations et l'acquisition des diverses techniques opératoires qui se confortent et se renforcent l'une l'autre. Ce travail commencé à l'école se poursuivra au collège.

La résolution de problèmes est au centre des activités mathématiques et permet de donner leur signification à toutes les connaissances qui y sont travaillées : nombres entiers et décimaux, calcul avec ces nombres, approche des fractions, objets du plan et de l'espace et certaines de leurs propriétés, mesure de quelques grandeurs.

Les situations sur lesquelles portent les problèmes proposés peuvent être issues de la vie de la classe, de la vie courante, de jeux, d'autres domaines de connaissances ou s'appuyer sur des objets mathématiques (figures, nombres, mesures...). Elles sont présentées sous des formes variées : expérience concrète, description orale, support écrit (texte, document, tableau, graphique, schéma, figure).

Au travers de ces activités, le développement des capacités à chercher, abstraire, raisonner, prouver, amorcé au cycle 2, se poursuit. Pour cela, il est nécessaire de prendre en compte les démarches mises en œuvre par les élèves, les solutions personnelles qu'ils élaborent, leurs erreurs, leurs méthodes de travail, et de les exploiter dans des moments de débat. Au cycle 3, les élèves apprennent progressivement à formuler leurs raisonnements de manière plus rigoureuse, s'essaient à l'argumentation et à l'exercice de la preuve.

Dans les moments de réflexion collective et de débat qui suivent le traitement des situations, l'usage ordinaire de la langue orale et les formulations spontanées des élèves prévalent. Ils sont toutefois complétés par le recours à un lexique et à des

formulations spécifiques, nécessaires à la rigueur du raisonnement. Une attention particulière doit être portée aux difficultés de lecture des énoncés que rencontrent de nombreux élèves afin, d'une part, de ne pas pénaliser les élèves dont l'autonomie face à l'écrit est insuffisante et, d'autre part, de travailler les stratégies efficaces de lecture de ces types de textes. L'écriture comporte, en mathématiques, différentes formes qui doivent être progressivement distinguées : écrits pour chercher, écrits pour communiquer une démarche et un résultat, écrits de référence.

L'élaboration des connaissances se réalise au travers de la résolution de problèmes ; leur maîtrise nécessite des moments d'explicitation et de synthèse, et leur efficacité est conditionnée par leur entraînement dans des exercices qui contribuent à leur mémorisation.

L'enseignement du calcul à l'école élémentaire doit prendre en compte les trois formes usuelles que sont le calcul mental, le calcul posé et le calcul instrumenté. L'apprentissage du calcul est aussi inséparable de la résolution de problèmes qui offre le moyen d'assurer l'appropriation du sens des opérations. Le calcul mental doit faire l'objet d'une pratique quotidienne d'au moins 15 minutes. L'apprentissage des techniques opératoires fournit une occasion de renforcer la compréhension de certaines propriétés des nombres et des opérations. L'enseignement des mathématiques doit intégrer et exploiter les possibilités apportées par les technologies de l'information et de la communication : calculatrices, logiciels de géométrie dynamique, logiciels d'entraînement, Toile (pour la documentation ou les échanges entre classes), rétroprojecteur et vidéo projecteur (pour les moments de travail collectif).

## Production de Gaëlle

Gaëlle

Mardi 30 Janvier

Dans la cour des maternelles, il y a des bicyclette et des tricycles. J'ai compté 34 roues. Il en a au moins trois de chaque mais pas plus de 10. Combien peut-il y avoir de bicyclette et de tricycles?

$$\begin{array}{r} 34 - 3 = \\ 31 = 3 \end{array}$$

~~$$\begin{array}{r} 34 \\ 3 \\ \hline 31 \end{array}$$~~

$$\begin{array}{r} 34 \\ 3 \\ \hline 31 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3 \\ 1 \\ \hline x \end{array}$$



$$000 = 7$$

$$00 = 5$$

Il y a 7 tricycles et 5 bicyclettes.

## Production de Loïs

Mardi 30 Janvier

Loïs

Dans la cour des maternelles, il y a des bicyclette et des tricycles.  
 J'ai 31 roues. Il y en a au moins trois de chaque mais pas plus de 10.  
 Combien peut-il y avoir de bicyclette et de tricycles ?

bi = 2 roues

tri = 3 roues

~~$$\begin{array}{l} 7 \times 3 = 21 \\ 7 \\ 7 \times 2 = 14 \\ 7 \\ 7 \times 2 = 14 \\ 7 \\ 8 \times 2 = 16 \\ 8 \end{array}$$~~

~~$$\begin{array}{l} 5 \times 3 = 15 \\ 6 \times 2 = 12 \end{array}$$~~

1	x	3	=	3	1	x	2	=	2
2	x	3	=	6	2	x	2	=	4
3	x	3	=	9	3	x	2	=	6
4	x	3	=	12	4	x	2	=	8
5	x	3	=	15	5	x	2	=	10
6	x	3	=	18	6	x	2	=	12
7	x	3	=	21	7	x	2	=	14
8	x	3	=	24	8	x	2	=	16
9	x	3	=	27	9	x	2	=	18
10	x	3	=	30	10	x	2	=	20

Il  $5 \times 3 = 15$  plus  $8 \times 2 = 16$   
 =  
 donc ça fait

31

Date : \_\_\_\_\_

**UNITÉ 11** SÉANCE 6 Guide p. 223

ACTIVITÉS

Calculs dictés Décompositions de 100

Entretien Écritures littérales et chiffrées de nombres

Apprentissage Carrés et rectangles

COLLECTIF INDIVIDUEL

✓ Exercice 1

Exercice 2

✓ Exercices 3 4 5

Calculs dictés

**1** a  b  c  d  e  f


Écritures de nombres

**2** Complète.


<i>exemple</i> 443	quatre cent quarante-trois	sept cent soixante-douze	.....
498	.....	huit cent neuf	.....
606	.....	cent quatre-vingt-dix-sept	.....
919	.....	quatre-vingt-dix-neuf	.....

Carrés et rectangles

**3** Termine la construction de chaque figure.




Un rectangle



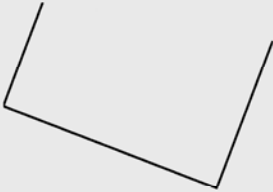
Un carré

---

**4** Termine le rectangle à l'aide de ton double décimètre.



**5** Termine le carré à l'aide de ton double décimètre.



98 • quatre-vingt-dix-huit

UNITÉ 11

SÉANCE 7 Guide p. 225

ACTIVITÉS  
 Calculs dictés Tables de multiplication par 2 et par 5  
 Entretien Calcul agréable  
 Apprentissage Carrés et rectangles

COLLECTIF INDIVIDUEL  
 Exercice 1  
 Exercice 2  
 Exercice 3


Date :

**Calculs dictés**

1 a  b  c  d  e  f

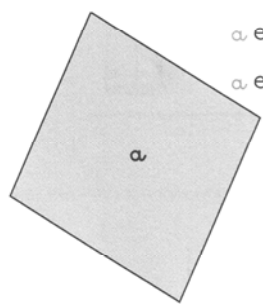
**Calcul agréable**

2 Écris des calculs avec deux nombres de l'ardoise, le signe + ou le signe -.  
 Attention, le résultat de tes calculs doit avoir 0 pour chiffre des unités.

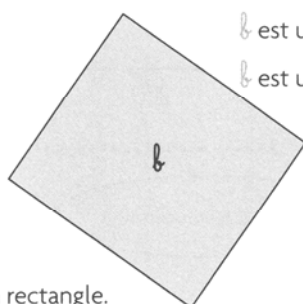


**Carrés et rectangles**


3 Pour chaque figure, entoure les phrases vraies, barre les phrases fausses. Utilise ton double décimètre et un gabarit d'angle droit.



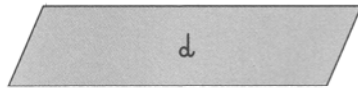
a est un rectangle.  
a est un carré.



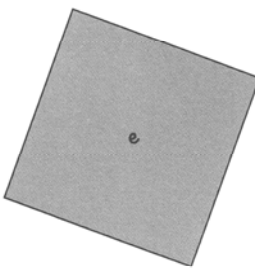
b est un rectangle.  
b est un carré.



c est un rectangle.  
c est un carré.



d est un rectangle.  
d est un carré.



e est un rectangle.  
e est un carré.