1 Exercice

1. énoncé 1 est faux car si $x = 0,5$ alors $2x = 1 \in \mathbb{N}$ et pourtant $x \notin \mathbb{N}$.

   énoncé 2 est vrai. la multiplication est une loi interne de $\mathbb{N}$: $\frac{x}{2} \in \mathbb{N} \Rightarrow 2 \times \frac{x}{2} \in \mathbb{N}$.

   énoncé 3 est faux. Si $x = -1$, alors $x + 1 = 0 \in \mathbb{N}$ mais $x \notin \mathbb{N}$.

2. Notons x, y, z les trois nombres recherchés. On a :
   $$\begin{cases} x + y = 78 \\ x + z = 59 \\ y + z = 43 \end{cases}$$
   En additionnant les deux premières équations et en soustrayant la troisième on obtient : $x + y + x + z - y - z = 78 + 59 - 43$. Autrement dit : $2x = 94$ et donc : $x = 47$
   On en déduit : $y = 78 - 47 = 31$.
   Et : $z = 43 - 47 = -4$.
   En conclusion :
   $$\begin{cases} x = 47 \\ y = 31 \\ z = -4 \end{cases}.$$

2 Exercice

Partie A

1. Exprimons toutes les dimensions en décimètres afin que les volumes sitn exprimés en litres.
   Le volume de l'aquarium est : $V_a = 10 \times 3 \times 4,5 = 135$L.
   80% du volume est de l'eau on a donc un coefficient multiplicateur de 0,8 et le volume d'eau est : $V_e = 0,8 \times 135 = 108$L.
2. a) Le premier jour. Il faut verser 10 gouttes pour 20 litres. Il faut donc (règle de trois) versé 0,5 gouttes pour un litres. Le premier jour il versera donc : $0,5 \times V_e = 54$ gouttes.

   b) Le deuxième jour il faudra en versé moitié moins que le premier jour. De même le troisième jour. Donc sur trois jours on verse au total : $0,5 \times V_e + 2 \times \frac{0,5 \times V_e}{2} = 108$ gouttes.

Partie B.

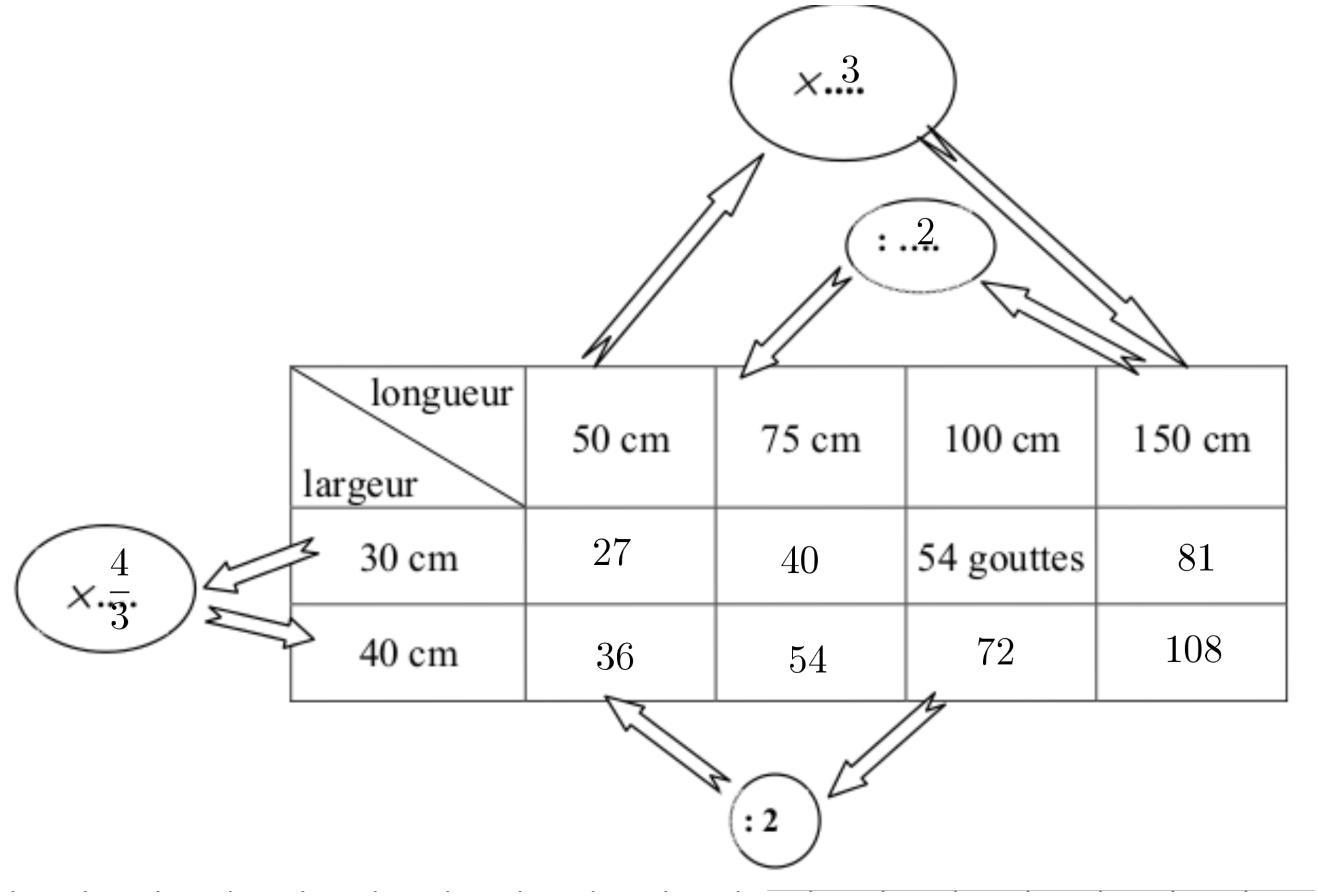
1. En reprenant les raisonnements de la partie A le nombre de gouttes versées le premier jour est : $V_a \times 0,8 \times \frac{1}{2} = L \times l \times h \times 0,8 \times \frac{1}{2} = L \times l \times 4,5 \times 0,8 \times \frac{1}{2} = L \times l \times 1,8$.
2. Pour pouvoir utiliser la précédente formule on convertie les données numériques en dm.

Partie C.

1.

2. a) Par lecture graphique le nombre de gouttes à verser le premier jour pour un aquarium de longueur 120 et de largeur 40 est 86,4.

   b) Par lecture graphique le nombre de gouttes à verser le premier jour pour un aquarium de longueur 90 et de largeur 30 est 48,6.



longueur / largeur	50 cm	75 cm	100 cm	150 cm
30 cm	27	40	54 gouttes	81
40 cm	36	54	72	108

Figure 1 – Tableau complété.

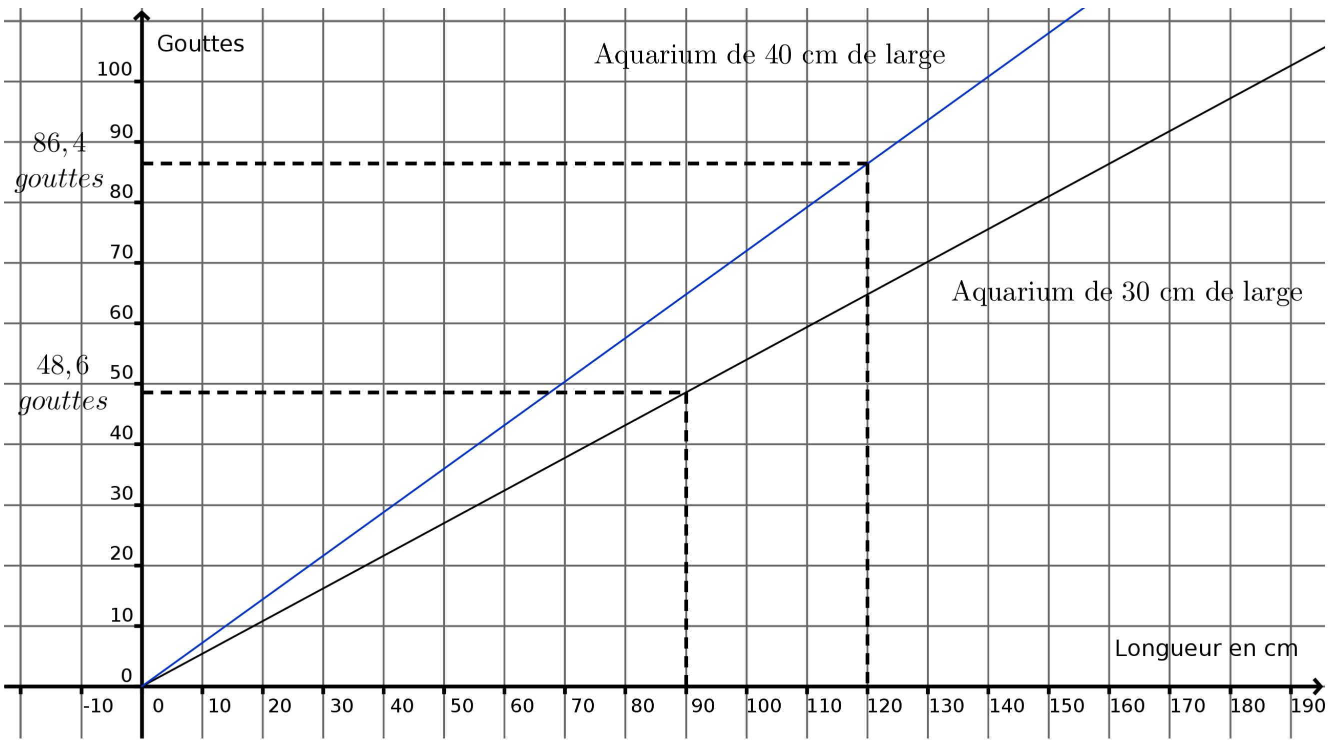


Figure 2 – Représentation graphique du nombre de gouttes en fonction de la longueur de l'aquarium.

3 Exercice

Partie A

1. En considérant la hauteur issue du même sommet que la médiane on observe que la médiane sépare le triangle initial en deux triangle ayant la me hauteur que le triangle initial et pour base la demi-base du triangle initial (puisque la médiane passe par le milieu du côté).
2. D'après la question précédente puisque (BN) est une médiane de ABM et puisque (CN) est une médiane de AMC : $\mathcal{A}(ABN) = \mathcal{A}(MBN)$ et $\mathcal{A}(ACN) = \mathcal{A}(MCN)$.
   Donc : $\mathcal{A}(BCN) = \mathcal{A}(MBN) + \mathcal{A}(MCN) = \mathcal{A}(ABN) + \mathcal{A}(ACN) = \mathcal{A}(BNCA)$.
   Les surfaces hachurée et blanche ont donc même aire.

Partie B

1. L'aire $\mathcal{A}_1$ de la partie grisée est donnée par :
   $\mathcal{A}_1 = \mathcal{A}(EDMF) + \mathcal{A}(GFHB)$
   $\mathcal{A}_1 = x^2 + (20 - x)(8 - x)$
   $\mathcal{A}_1 = 2x^2 - 28x + 160$
2. Avec une identité remarquable : $2.(x-7)^2+62 = 2.(x^2-14x+49)+62$. Donc : $2.(x-7)^2+62 = 2x^2 - 28x + 160$.
3. la fonction $x \mapsto 2.(x-7)^2 + 62$ est polynomiale de degré 2 et est donnée sous forme canonique. Comme son coefficient dominant est positif cette fonction admet un minimum. De plus du fait de l'expression sous forme canonique on peut affirmer que ce minimum égale 62 et est atteint pour $x = 7$.
   L'aire de la partie grisée est minimale pour $x = 7$.
4. L'aire de la partie grisée égale 112 si et seulement si : $2.(x-7)^2 + 62 = 112$. Autrement dit si et seulement si : $(x-7)^2 = \frac{112-62}{2} = 25$. Donc : $x - 7 = 5$ ou $x - 7 = -5$. Enfin : $x = 12$ ou $x = 2$. Comme $x \leq 8$ il n'y a qu'une solution possible : $x = 2$cm.