

Session 2007

MAT-07-PG2

Repère à reporter sur la copie

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ECOLES

Vendredi 04 mai 2007 - de 8h 30 à 11h 30
Deuxième épreuve d'admissibilité

MATHÉMATIQUES

Durée : 3 heures
Coefficient : 3
Note éliminatoire : 5/20

Rappel de la notation :

Il est tenu compte, à hauteur de **trois points** maximum, de la qualité orthographique de la production des candidats.

Ce sujet contient 8 pages, numérotées de 1/8 à 8/8. Assurez-vous que cet exemplaire est complet. S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout document et de tout matériel électronique est rigoureusement interdit.

L'usage de la calculatrice est autorisé.

N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, ne comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc.

Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

EXERCICE 1 (3 points)

Pour la fête de l'école, des parents d'élèves ont confectionné des flans pâtisseries et des tartes aux pommes.

- 1) Une part de flan pâtisseries est vendue 1,50 € et une part de tarte aux pommes 2,00 €. Dans l'après-midi, 72 parts de gâteaux ont été vendues pour une recette totale de 122,00 €.

Déterminer le nombre de parts de chaque sorte qui ont été vendues :

- a) par une méthode algébrique ;
 - b) par un raisonnement de type arithmétique.
- 2) A la fin de l'après-midi, il reste une tarte aux pommes entière. Quatre enfants se partagent ce gâteau de la façon suivante : Jean-Marc se sert en premier et en prend un tiers ; Sophie prend trois huitièmes de ce qu'a laissé Jean-Marc ; enfin, Antoine et Rémi se partagent le reste de façon équitable.
A quelle fraction de tarte correspond la portion de chaque enfant ?

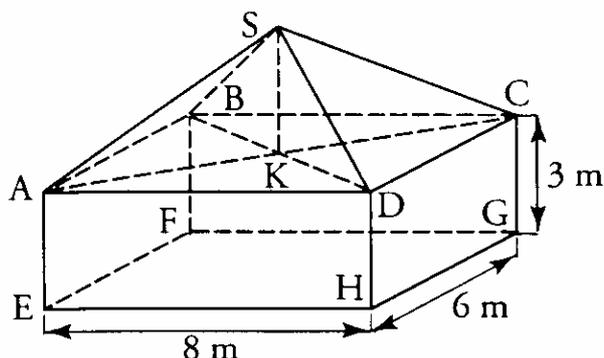
Question complémentaire (4 points)

L'**annexe 1** présente l'énoncé d'un problème ainsi que les productions écrites de quatre élèves A, B, C et D.

- 1) Dans quel cycle de l'école primaire cette situation peut-elle être proposée ? Justifier la réponse.
- 2) Pour chaque élève, décrire la procédure utilisée et analyser les erreurs éventuelles en formulant des hypothèses sur leurs origines.
- 3) En référence aux documents d'application des programmes dont un extrait est reproduit en **annexe 2**, indiquer à quel type d'écrits correspondent les productions des quatre élèves. Justifier la réponse.

EXERCICE 2 (5 points)

Un horticulteur envisage la construction d'une serre ayant la forme d'un parallélépipède rectangle surmonté d'une pyramide comme l'indique la figure ci-après.



On désigne par x la mesure de la hauteur SK (exprimée en mètres) de la pyramide $SABCD$.

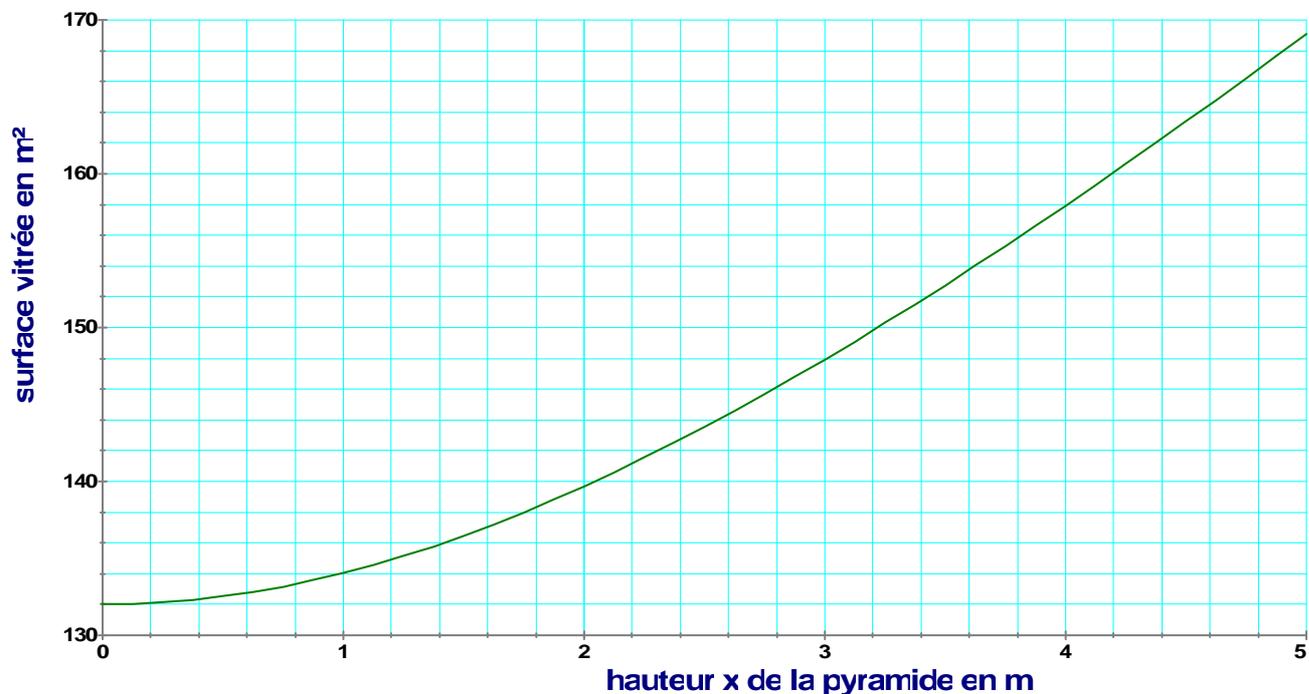
1) Montrer que la mesure V du volume (en m^3) de la serre est donnée par la formule $V = 144 + 16x$.

2) Calculer ce volume pour $x = 1,5$.

3) Pour quelle valeur de x la serre a-t-elle un volume de $200 m^3$?

On s'intéresse maintenant à la surface vitrée de la serre (surface constituée des quatre faces latérales et du toit).

Le graphique ci-après donne l'aire de la surface vitrée en fonction de la hauteur x de la pyramide.



4) Par lecture graphique, donner l'aire de la surface vitrée correspondant à $x = 4,20$.

5) Pour des raisons de coût, l'horticulteur souhaite limiter l'aire de la surface vitrée à $150 m^2$. Quelle est, dans ce cas, la hauteur maximum de la pyramide indiquée par le graphique ?

- 6) Dans le cas où $x = 0$, préciser la forme de la serre. Quelle aire de la surface vitrée le graphique indique-t-il ? Retrouver ce résultat par le calcul.

Pour toutes les questions suivantes, on prendra $SK = 3 \text{ m}$ (c'est-à-dire $x = 3$).

- 7) Calculer la hauteur issue de S du triangle SDC.
- 8) a) En utilisant le quadrillage de la feuille de copie, reproduire le triangle SDC à l'échelle $1/200$.
b) En utilisant le côté [SD] de la figure précédente, construire à la règle et au compas une reproduction à l'échelle $1/200$ du triangle SAD. Laisser apparents les traits de construction.

EXERCICE 3 (4 points)

ABC est un triangle isocèle rectangle en B. Le côté [AC] mesure 15 cm.
I désigne le milieu du segment [BC] et J celui du segment [BA].

- 1) Tracer, en utilisant le quadrillage de la feuille de copie, le segment [AC] puis construire à la règle et au compas le triangle ABC ainsi que les points I et J. Laisser apparents les traits de construction.
- 2) a) Calculer l'aire du triangle ABC.
b) En déduire l'aire du triangle AIC. Justifier la réponse.
- 3) On appelle D l'intersection des droites (AI) et (CJ). On nomme K le milieu du segment [AC].
a) Montrer que les points B, D et K sont alignés.
b) Calculer la longueur du segment [DK].
c) Calculer l'aire du triangle ADC.
d) Calculer l'aire du quadrilatère ABCD.

Question complémentaire (4 points)

Cette question s'appuie sur le document proposé en **annexe 3**, extrait du manuel "Euromaths" CM2 (Hatier). Il s'agit d'un extrait de la leçon 55, en fin de période 3. Les fractions et les nombres décimaux ont été travaillés en période 1.

- 1) On s'intéresse à la question 1 du document.
a) Indiquer et décrire deux procédures que peut utiliser un élève pour répondre correctement à la question 1.
b) Un élève ne voit pas que les figures C, D et F ont la même aire. Indiquer une raison possible de cette difficulté. Quelle aide peut lui être apportée ?
c) Après cette activité, que peut faire noter le maître dans le cahier de leçon concernant deux surfaces de même aire ?
- 2) On s'intéresse à la question 3 du document.
a) Décrire la procédure qu'un élève peut utiliser pour répondre à la question .
b) Choisir une autre unité d'aire afin que les réponses des élèves à cette question ne fassent appel qu'à des nombres entiers. Justifier la réponse.

ANNEXE 1

Arnaud est allé voir les poules et les lapins de son voisin. En revenant, il pose à son frère la devinette suivante : « J'ai compté les têtes de tous les animaux et j'ai trouvé 4. J'ai ensuite compté les pattes et j'ai trouvé 14. Peux-tu me dire combien il y a d'animaux de chaque sorte ? »

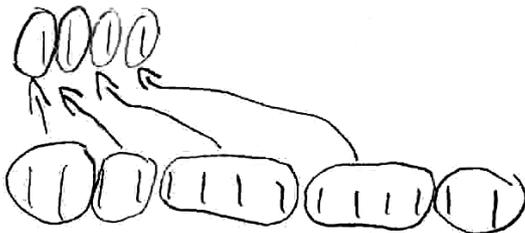
élève A



Il y a 3 lapins et 1 poule.

$$\begin{array}{r} 3 \\ - 1 \\ \hline 4 \end{array}$$

élève B



1 tête = 2 pattes pour les poules
1 tête = 4 pattes pour les lapins

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 4 \\ \hline 16 \end{array}$$

En tout il y a 16 poules et lapins.

ANNEXE 1 (suite)

élève C

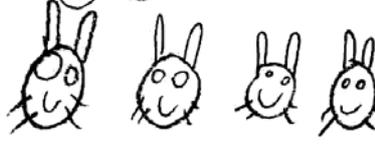
 = lapin a 4 pattes
 = poule a 2 pattes

$$\begin{array}{r} \begin{array}{ccc} \text{lapin} & \text{lapin} & \text{lapin} \\ \hline 4 & + & 4 & + & 4 \\ \hline & 8 & + & 4 \\ \hline & & & & 12 \end{array} \\ + \\ \begin{array}{r} \text{poule} \\ \hline 2 \\ \hline \end{array} \\ \hline \begin{array}{r} 12 \\ + & 2 \\ \hline 14 \end{array} \end{array}$$

Il y a 3 lapins et 1 poule

élève D

 7 poules

 4 lapins

ANNEXE 2

Écrire en mathématiques

Les élèves sont fréquemment placés en situation de production d'écrits. Il convient à cet égard de développer et de bien distinguer trois types d'écrits dont les fonctions sont différentes :

- les écrits de type « recherche » correspondent au travail privé de l'élève. Ils ne sont pas destinés à être communiqués, ils peuvent comporter des dessins, des schémas, des figures, des calculs. Ils sont un support pour essayer, se rendre compte d'une erreur, reprendre, rectifier, organiser sa recherche. Ils peuvent également être utilisés comme mémoire transitoire au cours de la résolution du problème. Si l'enseignant est amené à les consulter pour étudier le cheminement de l'élève, il ne doit ni les critiquer, ni les corriger ;
- les écrits destinés à être communiqués et discutés peuvent prendre des formes diverses (par exemple, affiche, transparent). Ils doivent faire l'objet d'un souci de présentation, de lisibilité, d'explicitation, tout en sachant que, le plus souvent, ils seront l'objet d'un échange entre les élèves au cours duquel des explications complémentaires seront apportées ;
- les écrits de référence sont élaborés en vue de constituer une mémoire du travail de l'élève ou de la classe. Ils sont donc destinés à être conservés et doivent être rédigés dans une forme correcte.

Ce n'est que progressivement que ces trois types d'écrits seront bien distingués, notamment au cycle 3. L'exigence syntaxique ou graphique (soin, présentation) varie également selon la finalité de la trace écrite, et ne doit pas faire obstacle à l'objectif principal qui reste l'activité de réflexion mathématique. On sera attentif en particulier à ne pas se limiter à des formes stéréotypées, sécurisantes, mais pour lesquelles l'exigence formelle prime trop souvent sur le contenu de l'explication.

L'attention doit également être attirée sur l'importance de la synthèse effectuée au terme d'un apprentissage. Celle-ci peut permettre d'élaborer un écrit trouvant sa place dans un aide-mémoire ou un memento dans lesquels sont consignés les savoirs essentiels.

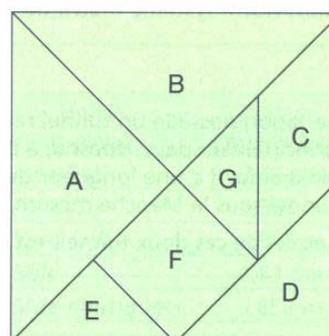
Extrait du *Document d'application des programmes* – Ministère de l'Éducation Nationale – éd. CNDP, juillet 2002

55

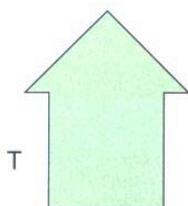
Aire des surfaces planes et fractions

Découverte

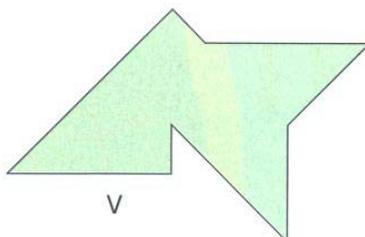
Voici le puzzle appelé « tangram ». Son aire est choisie comme unité d'aire u .
Reproduis le tangram dans un carré de papier de 8 cm de côté et découpe soigneusement les pièces.



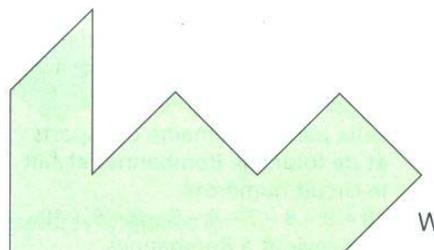
1. Quelles pièces ont la même aire ?
2. Quelle fraction de l'aire du carré représente chaque pièce ?
3. Quelle est l'aire de chacune des figures dessinées ci-dessous ?



T



V



W