

Session 2006

MAT-06-PG5

Repère à reporter sur la copie

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ECOLES

Vendredi 12 mai 2006 - de 8h 00 à 11h 00
Deuxième épreuve d'admissibilité

MATHÉMATIQUES

Durée : 3 heures
Coefficient : 3
Note éliminatoire 5/20

Rappel de la notation :

Il est tenu compte, à hauteur de **trois points** maximum, de la qualité orthographique de la production des candidats.

Ce sujet contient 7 pages, numérotées de 1/7 à 7/7. Assurez-vous que cet exemplaire est complet. S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout document et de tout matériel électronique est rigoureusement interdit.

L'usage de la calculatrice est autorisé : Calculatrice électronique de poche y compris calculatrice programmable et alphanumérique ou à écran graphique à fonctionnement autonome non imprimante (cf. circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999 publiée au B.O n° 42).

Le candidat n'utilise qu'une seule machine sur la table. Toutefois, si celle-ci vient à connaître une défaillance, il peut la remplacer par une autre.

Afin de prévenir les risques de fraude, sont interdits les échanges de machines entre les candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices.

N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, ne comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc. Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

EXERCICE 1 (4 points)

Dans cet exercice, on dira que deux parts sont « égales » lorsqu'elles ont la même aire.

- 1) On partage un gâteau rectangulaire par ses diagonales. Les parts sont-elles « égales » ? Justifier.
- 2) On partage un gâteau rectangulaire en traçant trois segments à partir d'un même sommet : un segment vers le sommet opposé et deux segments vers les milieux des côtés opposés. (voir figure 1)

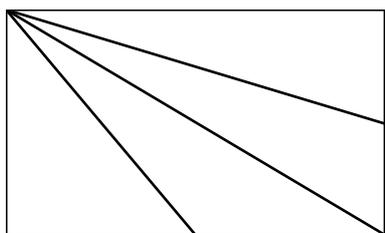


Figure 1

Les parts sont-elles « égales » ? Justifier.

- 3) ABC est un triangle rectangle en C. [AC] est partagé en quatre segments de même longueur CJ, et [CB] en six segments de même longueur CI. Les polygones EFC, DGFE et ABGD ont-ils la même aire ? Justifier.
On pourra utiliser l'aire du rectangle CIKJ comme unité d'aire.

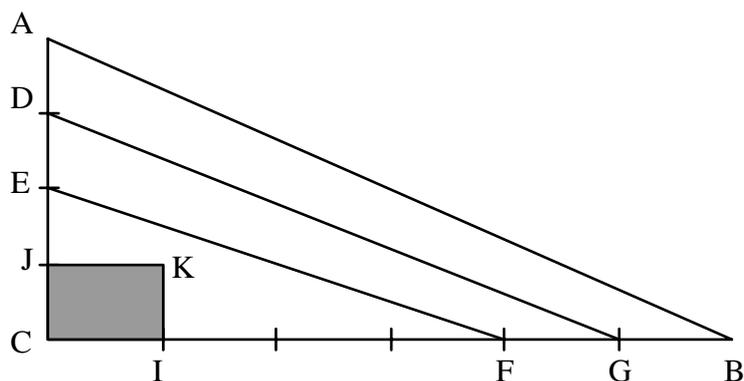


Figure 2

Question complémentaire (4 points)

La question portera sur l'activité « Partager la tarte » décrite dans l'annexe 1.

L'annexe 2 reproduit la feuille de réponse donnée aux élèves.

Les productions de trois élèves se trouvent en annexe 3.

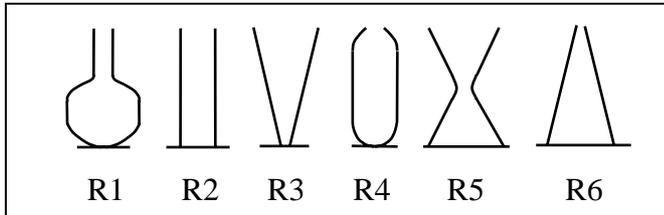
- 1) Indiquer deux compétences en jeu dans cette activité ?
- 2) Pour résoudre ce problème, le maître indique que l'on peut plier une feuille de papier. Citer une autre procédure possible.
- 3) Expliciter la procédure de pliage utilisée par chaque élève A, B et C ; analyser les justifications données ainsi que les erreurs éventuelles.
- 4) Quelles activités mathématiques peut-on proposer aux élèves pour prouver la validité de leurs réponses ?

EXERCICE 2 (4 points)

Vu à la Cité des Sciences et de l'Industrie à Paris.

« Six réservoirs de formes différentes, de même volume, de même hauteur se remplissent dans le même temps. Il s'agit d'associer à une forme de récipient une jauge et une courbe indiquant la hauteur du liquide en fonction du temps. »

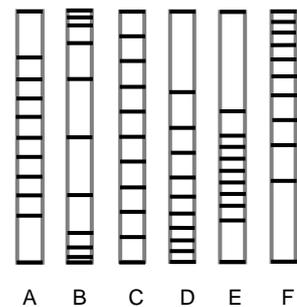
Les graduations des six jauges A, B, C... indiquent les hauteurs de liquide correspondant à 1 litre, 2 litres... pour les six réservoirs. Les courbes 1, 2, 3... indiquent la hauteur atteinte par le liquide en fonction du temps lorsque les six réservoirs se remplissent.



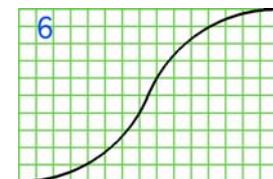
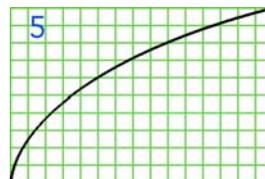
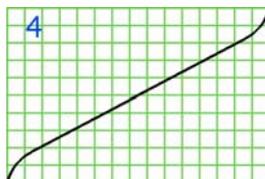
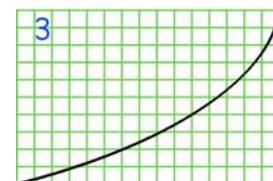
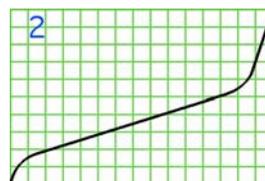
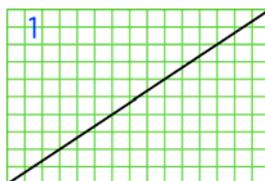
Les récipients ont tous le même volume 10 litres et la même hauteur. Leurs formes sont représentées grossièrement par les dessins ci-dessus. Pendant le remplissage, le débit de l'eau est constant et identique d'un récipient à l'autre. Ainsi, à un instant donné, le volume d'eau contenu dans chaque récipient est le même mais la hauteur d'eau n'est pas nécessairement la même.

1) Associer à chaque récipient $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6$:

- la jauge qui lui correspond (parmi les jauges reproduites ci-contre) ;
- la courbe qui lui correspond (parmi les courbes 1, 2, 3, 4, 5, 6 reproduites ci-après).



Présenter les résultats dans un tableau, sans justification.



- Sachant que le diamètre du récipient cylindrique R_2 est de 16 cm, calculer la hauteur de ce récipient (arrondie au centimètre).
- A un instant t , le récipient cylindrique R_2 est rempli aux $2/3$ de sa hauteur. Calculer, au dixième de litre près, le volume d'eau V' contenu dans le cylindre à cet instant précis.
- On observe la hauteur d'eau dans le récipient R_6 au moment où le récipient cylindrique R_2 est rempli aux $2/3$ de sa hauteur. Est-elle plus ou moins haute que dans R_2 ? Justifier la réponse en utilisant les courbes ci-dessus.

EXERCICE 3 (4 points)

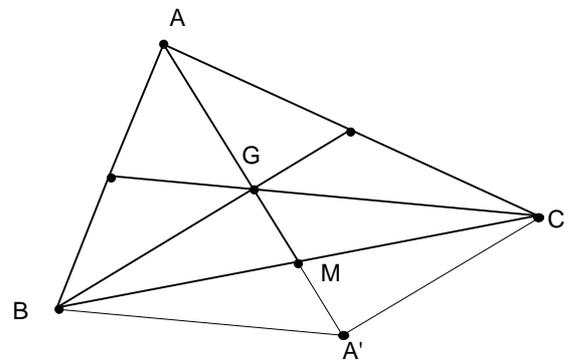
L'objectif de cet exercice est de construire un triangle à partir de ses trois médianes en utilisant les propriétés de la figure.

Les constructions seront effectuées à la règle et au compas : on laissera apparents les traits de construction.

- 1) Tracer sur la copie deux droites quelconques, d_1 et d_2 , sécantes en un point O .
Placer un point I extérieur à ces deux droites.
Construire le parallélogramme $OPQR$ de centre I tel que P appartienne à d_1 et R appartienne à d_2 . Ecrire le programme de construction correspondant.

- 2) Soit ABC un triangle, G son centre de gravité, M le milieu de $[BC]$ et A' le symétrique de A par rapport à G .

- a. Montrer que M est le milieu de $[GA']$.
b. Quelle est la nature du quadrilatère $GBA'C$?
Justifier.
c. Que peut-on en déduire pour les droites (GB) et (CA') ? Pour les droites (GC) et (BA') ?



- 3) Tracer sur la copie trois droites quelconques, d_1 , d_2 et d_3 , sécantes en un point G . Placer sur la droite d_1 un point A différent de G .

En utilisant les résultats des questions précédentes, construire le point B sur d_2 et le point C sur d_3 , de sorte que d_1 , d_2 et d_3 soient les trois médianes du triangle ABC .

Ecrire le programme de construction correspondant.

Question complémentaire (4 points)

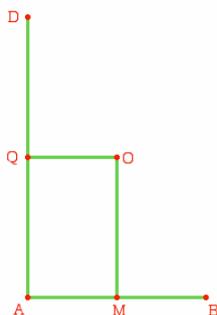
Vous trouverez ci-dessous le descriptif d'une situation extraite de « *Travaux Géométriques, Apprendre par la résolution de problèmes, cycle 3* » (CRDP du Nord Pas de Calais, 2000).

Il s'agit de compléter une figure pour obtenir un rectangle $ABCD$ de centre O (on considère implicitement que M est le milieu de $[AB]$, Q le milieu de $[AD]$ et que $AQOM$ est un rectangle).

Deux mises en œuvre ont été réalisées dans deux CM2 différents.

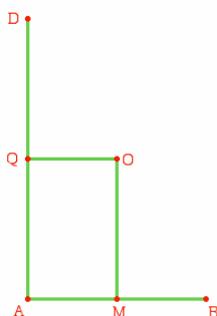
Consigne 1 pour la première mise en œuvre :

Complète la figure ci-dessous pour obtenir un rectangle de centre O.
Tu ne peux utiliser que la règle non graduée et le compas.



Consigne 2 pour la seconde mise en œuvre :

Complète la figure ci-dessous pour obtenir un rectangle de centre O.
Tu ne peux utiliser que la règle graduée.



- 1) Pour la consigne 1, citer trois procédures envisageables en CM2 et mentionner pour chacune les propriétés géométriques en jeu.
- 2) Toujours pour la consigne 1, donner deux types de difficulté que peut rencontrer un élève face à cette tâche.
- 3) Pour la consigne 2, l'enseignant dispose du document suivant qui présente une procédure particulière :

Extrait du document pour l'enseignant :

« pour réussir la tâche demandée il suffit :

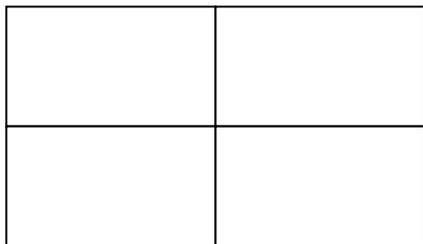
- d'utiliser la propriété selon laquelle les diagonales du rectangle ont la même longueur,
- de mesurer la diagonale [BD] (tracée ou non),
- de reporter cette longueur en prolongeant le segment [AO] pour marquer le point C
- de tracer le rectangle ABCD. »

- a. La procédure présentée dans ce document est-elle envisageable avec la consigne 1 ? Justifier.
 - b. Parmi les procédures que vous avez citées pour la consigne 1, certaines peuvent-elles dans leur principe s'appliquer avec la consigne 2 ? Justifier.
- 4) Proposer un autre instrument géométrique dont l'utilisation amènerait à mettre en œuvre d'autres propriétés du rectangle. Justifier.

ANNEXE 1

Un maître de CM1 propose l'activité suivante :

Voici un partage d'une tarte en quatre parts égales.



Les quatre parts ont la même quantité de croûte (la croûte désigne ici les bords) et la même quantité de garniture. Mais dans la tarte, certains aiment la croûte, et d'autres la garniture.

Trouve une façon de partager la tarte en quatre parts égales :

- pour que les amateurs de croûte aient beaucoup de croûte
- pour que les amateurs de garniture aient peu de croûte.

Voilà des feuilles A5 que tu pourras plier pour t'aider à trouver des parts égales.

ANNEXE 2

Feuille de réponse donnée aux élèves

Partager la tarte

Dans la tarte, certains aiment la croûte, d'autres la garniture.

Trouve une façon de partager la tarte en quatre parts égales :

- pour que les amateurs de croûte aient beaucoup de croûte
- pour que les amateurs de garniture aient peu de croûte.

1. Explique pourquoi ton partage est bien équitable

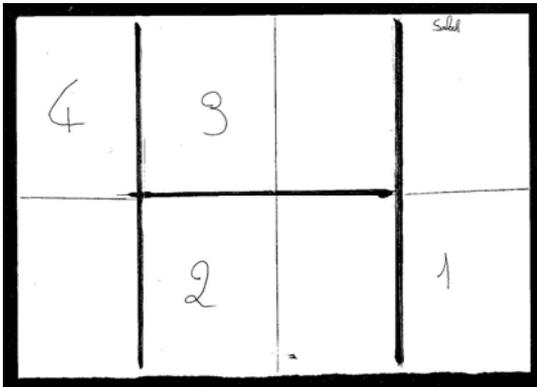
2. As-tu réussi à donner des quantités différentes de croûte à chaque part ? Pourquoi ?

ANNEXE 3

Travaux d'élèves

Les feuilles de partage reproduites ci-dessous ont été réduites du format A5

Elève A : Partage



Elève A : Feuille de réponse

Partager la tarte

Dans la tarte, certains aiment la croûte, d'autres la garniture.
 Trouve une façon de partager la tarte en quatre parts égales
 - pour que les amateurs de croûte aient beaucoup de croûte
 - pour que les amateurs de garniture aient peu de croûte.

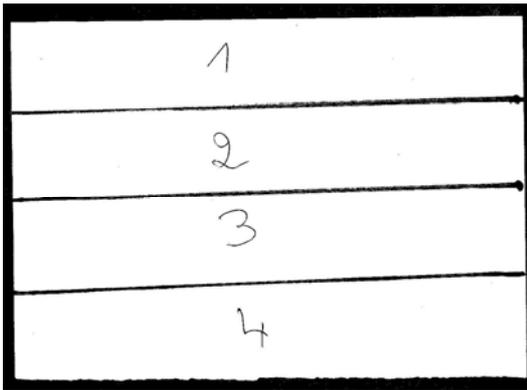
1 Explique pourquoi ton partage est bien équitable

Je les plie en huit fois et je les regroupe les par deux.

2 As-tu réussi à donner des quantités différentes de croûte à chaque part ? Pourquoi ?

La 3 et la 2 en ont plus et la 1 et la 4 en plus.

Elève B : Partage



Elève B : Feuille de réponse

Partager la tarte

Dans la tarte, certains aiment la croûte, d'autres la garniture.
 Trouve une façon de partager la tarte en quatre parts égales
 - pour que les amateurs de croûte aient beaucoup de croûte
 - pour que les amateurs de garniture aient peu de croûte.

1 Explique pourquoi ton partage est bien équitable

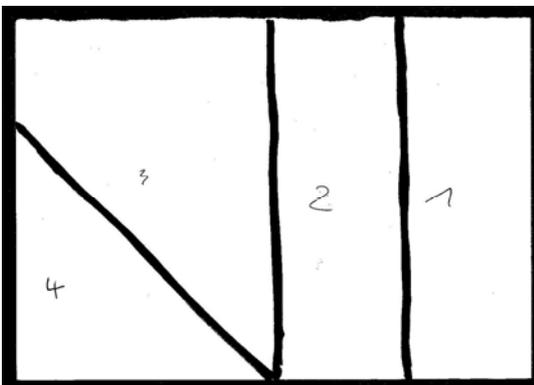
J'ai plié dans la longueur deux fois

2 As-tu réussi à donner des quantités différentes de croûte à chaque part ? Pourquoi ?

La 1 et la 4 ont plus de croûte que la deux et la 3.

Elève C : Partage

Elève C : Feuille de réponse



Partager la tarte

Dans la tarte, certains aiment la croûte, d'autres la garniture.
 Trouve une façon de partager la tarte en quatre parts égales
 - pour que les amateurs de croûte aient beaucoup de croûte
 - pour que les amateurs de garniture aient peu de croûte.

1 Explique pourquoi ton partage est bien équitable

j'ai plier 1 fois on 2 j'ai replier une moitié par le milieu et l'autre moitié par la diagonale

2 As-tu réussi à donner des quantités différentes de croûte à chaque part ? Pourquoi ?

1 et la 4 ont plus de croûte et 2,3 ont moins de croûte