1 Exercice

1. Soit $ABCD$ un rectangle du plan euclidien tel que $AB = a$ et $BC = b$. Notons O le point d'intersection des diagonales de $ABCD$.

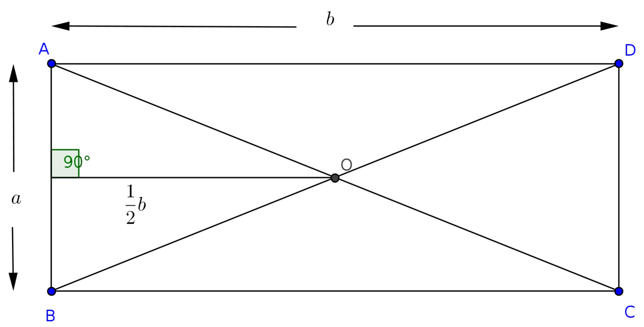

FIGURE 1 – Illustration du partage du rectangle.

L'aire du triangle AOB est donnée par : $\mathcal{A}(AOB) = \frac{1}{2} \times a \times \frac{1}{2}b = \frac{1}{4}ab$.
En procédant de même avec les autres parts on vérifie bien que toutes les parts sont égales.

2. Du fait de la symétrie par rapport à la diagonale il suffit de résoudre la question pour les deux parts qui sont d'un même côté de la diagonale.

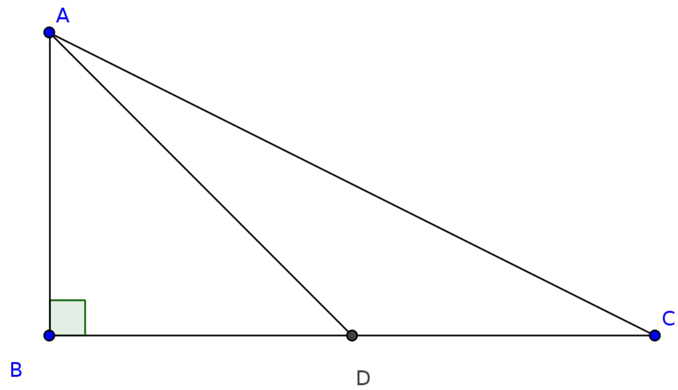

FIGURE 2 – Illustration du partage du demi rectangle.

Les triangles ABD et ADC ont même hauteur $[AB]$ et des bases de même longueur $BD = DC$.
Donc ils ont même aire.
Les parts sont donc égales.

3. Calculons l'aire de ABC.
$\mathcal{A}(ABC) = \frac{1}{2} \times 4CJ \times 6CI$. Donc en notant $a = CJ$ et $b = CI$: $\mathcal{A}(ABC) = \frac{1}{2}4a \times 6b = 12ab$.

Calculons l'aire de $ABGD$.
$\mathcal{A}(ABGD) = \mathcal{A}(ABC) - \mathcal{A}(DGC) = 12ab - \frac{1}{2} \times 5b \times 3a = \frac{1}{2}ab \times (24 - 15) = \frac{9}{2}ab$.

Calculons l'aire de $DGFE$.
$\mathcal{A}(DGFE) = \mathcal{A}(DGC) - \mathcal{A}(ECF) = \frac{15}{2}ab - 4ab = \frac{7}{2}ab$.

Calculons l'aire de EFC.
$\mathcal{A}(EFC) = \frac{1}{2} \times 2a \times 4b = 4ab$.

Les figure proposées ont toutes des aires différentes.

2 Exercice

1.

Numéro récipient	R1	R2	R3	R4	R5	R6
Jauge	E	C	F	A	B	D
Graphique	2	1	5	4	6	3

2. Le rayon du cylindre est $1,6$dm. Donc le volume du cylindre est donné par : $\pi(1,6)^2 \times h$, h désignant la hauteur du cylindre. D'après l'énoncé : $\pi(1,6)^2 \times h = 10$. Donc $h = \frac{10}{\pi(1,6)^2}$. Avec la calculatrice on obtient une valeur approchée de h au centimètre près : $h \simeq 1,2$dm.
3. Le volume est proportionnel à la hauteur du cylindre. Le volume lorsque le récipient est rempli aux deux tiers est donc : $V' = \frac{2}{3} \times 10$. Une valeur approchée au dixième de litre près est donc : $V' \simeq 6,7$l.
4. Si l'on superpose les courbes 1 et 3 représentant les remplissages des récipients R2 et R6 on voit que la courbe représentant le remplissage de R2 est au-dessus de celle représentant le remplissage de R6. La hauteur de remplissage de R2 est donc plus haute que celle de R6.

3 Exercice

1.

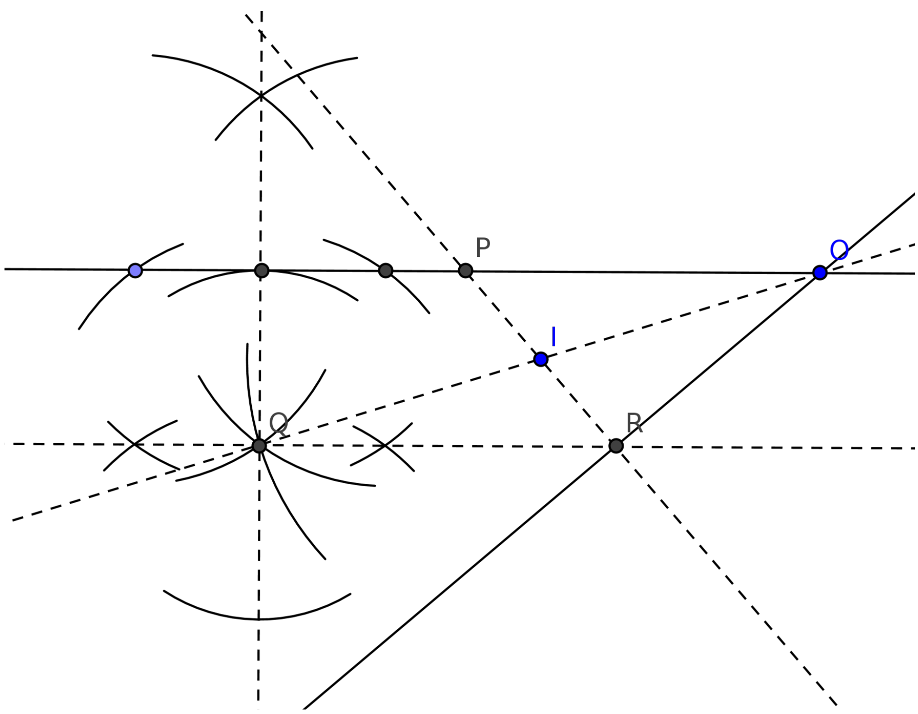

FIGURE 3 – Construction $OPQR$.

Programme de construction :

- Construire Q comme symétrique de O par rapport à I.

- Construire la perpendiculaire à (d_1) passant par Q.
- Construire la perpendiculaire à la droite précédemment construite passant par Q.
- Construire le point R point d'intersection de la droite précédemment tracée et de la droite (d_2).
- Construire le point P point d'intersection de (RI) et de (d_1).

2. a) Puisque G est le centre de gravité du triangle ABC et puisque (AM) est la médiane issue de A on a : $\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{MG}(1)$.
   D'autre part puisque A' est le symétrique de A par rapport à G : $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{A'G}(2)$.
   Des égalités (1) et (2) on déduit : $\overrightarrow{A'G} = 2\overrightarrow{MG}$. En usant de la relation de Chasles : $\overrightarrow{A'M}\overrightarrow{MG}$.
   Autrement dit M est le milieu de $[A'G]$.

   b) $[GA']$ et $[BC]$ se coupent en leur milieu donc $GBA'C$ est un parallélogramme.

   c) $GBA'C$ est un parallélogramme donc d'une part (GB) et (CA') sont parallèles et d'autre part (GC) et (BA') sont parallèles.

3.

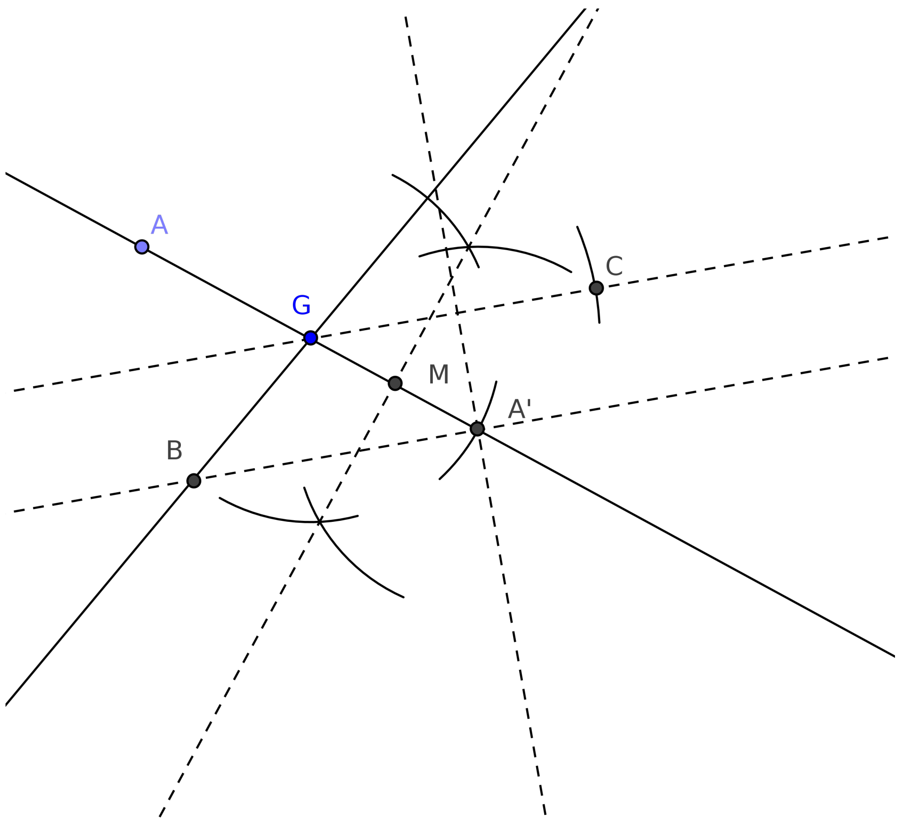

FIGURE 4 – Construction du triangle ABC.

Programme de construction :

- On construit A' est le symétrique de A par rapport à G.
- M est le milieu de GA' (avec une médiatrice).
- On utilise alors le programme de la question 1) pour construire le parallélogramme $ABCA'$ de centre M.