1 Exercice

1. On sait que $1\text{h} = 60\text{mn} = 3600\text{s}$. Donc :
   a) $\frac{2}{3}\text{h} = 2400\text{s}$
   b) $1,2\text{h} = 4320\text{s}$
2. a) $5532\text{s} = 1\text{h} + 1936\text{s} = 1\text{h} + 32\text{mn} + 16\text{s}$
   b) $1,87\text{h} = 1\text{h} + 52,2\text{mn} = 1\text{h} + 52\text{mn} + 12\text{s}$
3. le temps t en minutes mis par la grande aiguille pour parcourir $54°$ vérifie : $\frac{54}{360} = \frac{t}{60}$. Donc : $t = \frac{54}{60} = 0,9\text{mn} = 54\text{s}$.
4. De la même façon le temps écoulé est : $t = \frac{68}{360}\text{h} = \frac{68}{6}\text{mn} = 11\text{mn} + 20\text{s}$. Donc la montre indique midi onze minutes et 20 secondes.
5. a) A trois heures à Houston il est 10 heures à Paris. Le voyage Paris-Houston a duré onze heures.
   b) À l'heure de Houston Pierre arrive à treize heures. Autrement dit à seize heures de l'heure de Rio.

2 Exercice

1.

2. Soit f la transformation du plan qui transforme A en A', B en B' et C en C'. D'après la figure précédente ABC et son image par f sont orientées dans le même sens. f est donc un déplacement. Il ne peut donc s'agir du symétrie axiale.
3. Puisque $O \in (OI)$ et que B' est le symétrique de B par rapport à (OI), (OI) est la bissectrice de l'angle $B\hat{O}B'$: $B\hat{O}B' = B\overset{\wedge}{0}I + I\hat{O}B' = 2I\hat{O}B'$.
   De même : $B'\hat{O}B" = B'\overset{\wedge}{0}J + J\hat{O}B" = 2B'\hat{O}J$. Donc : $B\hat{O}B" = B\hat{O}B' + B'\hat{O}B" = 2I\hat{O}B' + 2B'\hat{O}J = 2I\hat{O}J$.
4. La composée de deux symétries axiales est une translation si les axes de symétries sont parallèles et est une rotation de centre le point d'intersection et d'angle le double de l'angle directe entre le premier et le second axe de symétrie si les axes sont sécants. La transformation du plan qui transforme ABC en $A"B"C"$ est la rotation de centre O et d'angle $2I\hat{O}J$.

3 Exercice

1. $1001 = 91 \times 11$
2. $\overline{mcdu} = 1000m + 100c + 10d + u = 1001m - m + 99c + c + 11d - d + u = 1001m + 99c + 11d - m + c - d + u$.
3. a) D'après la question précédente : $\overline{mcdu} = 11 \times (91m + 9c + d) - m + c - d + u$.
   Supposons $\overline{mcdu}$ divisible par 11. Alors $\overline{mcdu} - 11 \times (91m + 9c + d)$ est divisible par 11. Autrement dit $-m + c - d + u$ est divisible par 11.
   Supposons réciproquement que $-m+c-d+u$ est divisible par 11. Alors la somme des deux nombres divisibles par 11 $11 \times (91m + 9c + d) - m + c - d + u$ est aussi divisible par 11. Autrement dit $\overline{mcdu}$est divisible par onze.
   Ainsi on a montré par condition nécessaire et suffisante que $\overline{mcdu}$ est divisible par 11 si et seulement si $-m + c - d + u$ est divisible par onze.

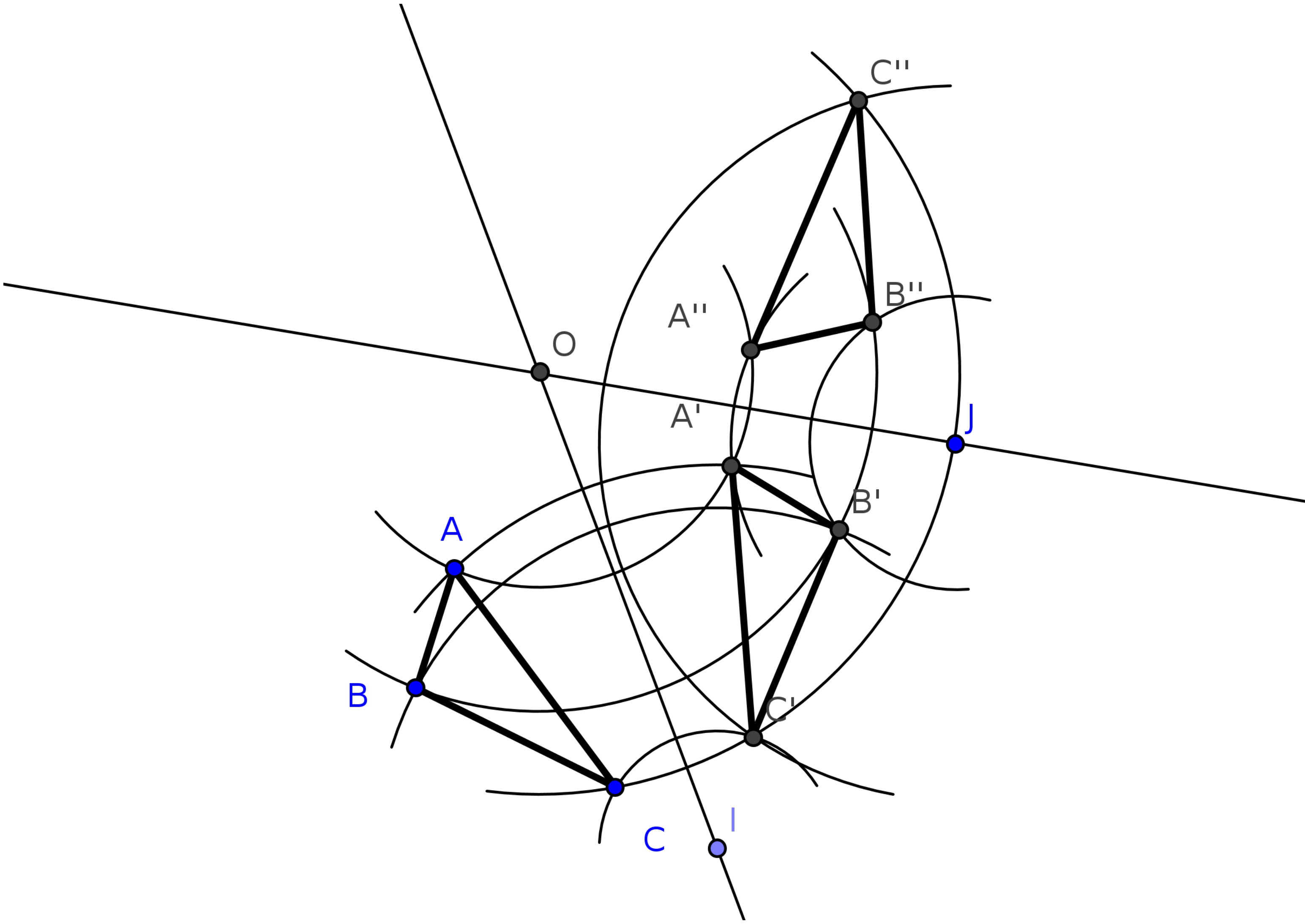

FIGURE 1 – Transformations successives du triangle ABC.

b) Un nombre de 4 chiffres ayant 38 centaines est de la forme $\overline{38du}$. Donc $-m+c-d+u = 5-d+u$. Si $(d,u) \in \{(0;6),(1,7),(2,8)\}$ alors $-m+c-d+u = 11$. Donc d'après le critère de divisibilité précédent, les nombres 3806, 3817, 3828 sont des multiples de 11.

4. a) $\overline{abmcdu} = 100000a+10000b+1000m+100c+10d+u = 10001a-a+9999b+b+11\times(91m+9c+d)-m+c-d+u = 9091\times 11a+909\times 11b+11\times(91m+9c+d)-a+b-m+c-d = 11\times(9091a+909b+91m+9c+d)-a+b-m+c-d+u$.
De façon évidente on montre de la même façon que précédemment : $\overline{abmcdu}$ est divisible par 11 si et seulement si $-a+b-m+c-d+u$ est divisible par 11.

b) 124520 est divisible par 11 si et seulement si $-1+2-4+5-2+0=0$ est divisible par 11. Or 0 est divisible par 11 : $\exists m \in \mathbb{N},\ 11m = 124520$. Donc : $1,2452.10^{11} = 124520.10^{-5}.10^{11} = 124520.10^{6} = 11m.10^{6}$. Ainsi $1,2452.10^{11}$ est divisible par 11.