1 Exercice

1. $DCGH$: hachures. $ADHE$: uni. $ABCD$: points.
2. Patron 4 : non côtés unis adjacents. Patron 2 : non côtés points adjacents. Les patrons 1 et 3 correspondent à des patrons du cube $ABCDEFGH$.
3. a) On obtient 27 petits cubes.
   b) Le volume d'un petit cube est $\frac{216}{27} = 8\text{cm}^3$.
   c) L'arrête d'un cube est : $\sqrt[3]{8} = 2\text{cm}$. Donc l'arrête du grand cube est : $3 \times 3 = 9\text{cm}$.
   d)

Nombre de faces décorées	0	1	2	3	4	5	6
Nombres de petits cubes	1	6	12	8	0	0	0

   e) Le nombre total de petites faces décorées : $6 \times 9 = 54$.
4. a) Le volume du solide est : $216 - 8 \times 2^3 = 152\text{cm}^3$.
   b) L'aire du patron est : $54 \times 2^2 = 216\text{cm}^2$.

2 Exercice

1. $1\text{km} = 10^3\text{m} = 10^5\text{cm}$.

2. Par construction E est le symétrique de B par rapport à (DC) et $F \in (DC)$. Donc $AE = AF + FB$. Comme $M \notin [DC]$ on a l'égalité triangulaire : $AM + ME > AF + FB$. Et comme $ME = MB$, $AM + MB > AF + FB$.
3. D'après la question précédente la distance $AF + AB$ est un minorant de la distance $AM + MB$. Ce minorant est atteint lorsque $G = F$; c'est donc un minimum. La gare G doit donc être construite en F.
4. On a une configuration de Thalès :
   - Les points A, F, E d'une part et D, F, C d'autre part sont alignés dans le même ordre.
   - Les droites (AE) et (DC) sont sécantes en F.

   $\begin{cases} (AD)\perp(DC) \\ (BC)\perp(DC) \end{cases} \Leftrightarrow (AD)//(BC)$

   D'après le théorème de Thalès on a donc la relation métrique : $\frac{FC}{FD} = \frac{CE}{AD}$. Comme $CE = BC = 4$ et $AD = 6$: $\frac{FC}{FD} = \frac{2}{3}$. Finalement : $FD = \frac{3}{2}FC$.
5. Donc : $CD = CF + FD = FC \times \left(\frac{3}{2} + 1\right)$. On en déduit : $FC = \frac{2}{5} \times 14 = 5,6\text{km}$.
6. Calculons AF. ADF est rectangle en D donc d'après le théorème de Pythagore on a la relation métrique : $AD^2 + DF^2 = AF^2$. Puisque AF est un nombre positif : $AF = \sqrt{6^2 + (14 - 5,6)^2} = \sqrt{106,56}$. D'après le théorème de Thalès : $BF = EF = \frac{2}{3}FA = \frac{2}{3}\sqrt{106,56}$. Donc : $AF + FB = \frac{5}{3}\sqrt{106,56}$. $AF + FB \simeq 17,20\text{km}$.

3 Exercice

1. a) On raisonne comme sur un rendu de monnaie. Pierre donne trop. Comme il doit donner 34 points il donne plus c'est-à-dire au moins $12 \times 3 = 36$. Il y a alors 2 points de trop que Jean ne peut rendre puisque ce n'est pas un multiple de 7. Ajoutons des jetons de 3 points

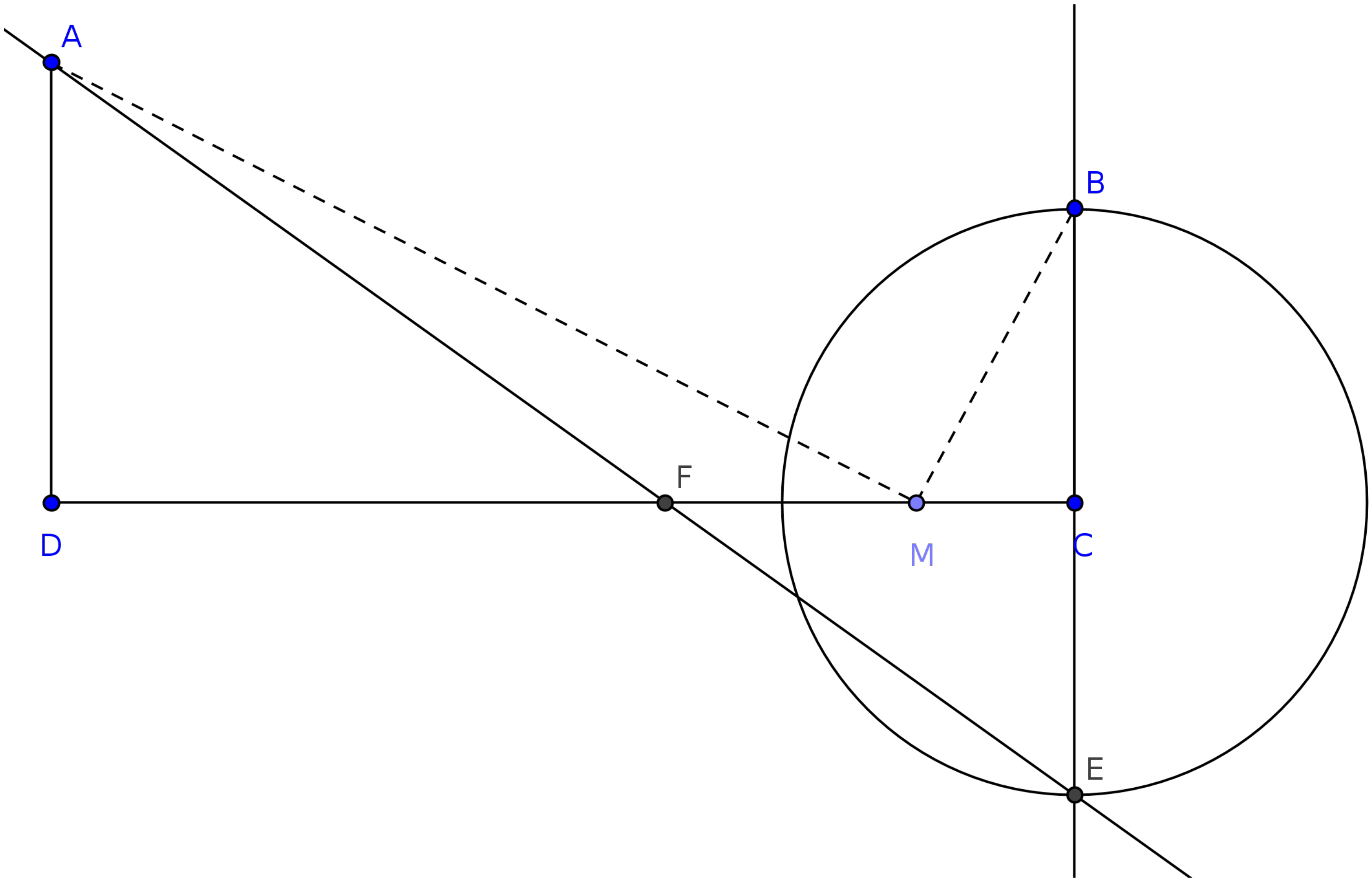

FIGURE 1 – Représentation à l'échelle 1/100.000.

jusqu'à ce que l'excès par rapport aux 33 points soit un multiple 7 : 2,5,7. Comme 7 est un multiple de 7 Jean peut rendre la monnaie.
Finalement Pierre donne $12 + 2 = 14$ jetons de 3 et Jean rend un jeton de 7.

b) Notons n le nombre de jetons de 3 points que possède Paul. On doit avoir : $3n+7.(29-n) = 94$. Cette égalité équivaut à : $n = 27,25$. Il n'y a donc pas de solution dans $\mathbb{N}$ de cette équation. Paul ment ou se trompe.

c) Notons n (respectivement p) le nombre de jetons de 3 points (resp. 7 points). On doit avoir : $3n + 7p = 34$. Donc nécessairement :
$$\begin{cases} n \leq 11 \\ p \leq 4 \end{cases}$$
Représentons toutes les cas possibles par un tableau double entrée :

$p \setminus n$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33
1	7	10	13	16	19	22	25	28	31	34		
2	14	17	20	23	26	29	32	35				
3	21	24	27	30	33	36						
4	28	31	34									

On trouve exactement deux possibilités : $34 = 4 \times 7 + 2 \times 3$ et $34 = 1 \times 7 + 9 \times 3$.

2. Quelque soit le découpage précédent choisi on obtient 34 rectangle qui recouvrent exactement la feuille.