1 Exercice

1. Puisque ABC est rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a la relation métrique : $AC^2 + AB^2 = BC^2$. Puisque AB est une longueur donc un nombre positif : $AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{12,5^2 - 3,5^2} = 12$cm.
2. On multiplie terme à terme les deux égalités : $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2 = 36 \times 4 = 144$ donc $\sqrt{a^2 - b^2} = 12$. On en déduit que a peut correspondre à l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les dimmensions sont : $a = BC$, $b = AB$ et $c = AC$ alors ABC est rectangle en A. Et $c = 12$. D'après ce qui précède : $a^2 = b^2 + c^2$ donc si $a = BC$, $b = AB$ et $c = AC$ alors ABC est rectangle en A.
3. a) Pour répondre à cette question utilisons le théorème fondamental de l'arithmétique. La décomposition en facteur premier de 144 est : $144 = 2^4.3^2$.

m	m	p	p
$2^4.3^2$	144	1	1
$2^4.3$	48	3	3
$2^3.3$	24	2.3	6
$2^2.3$	12	$2^2.3$	12
2^4	16	3^2	9
2^3	8	2.3^2	18
2^2	4	$2^2.3^2$	36
2	2	$2^3.3^2$	72

b) Lien entre m, n, a et b : $\begin{cases} a+b=m \\ a-b=n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = m+n \\ 2b = |m-n| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{m+n}{2} \\ b = \frac{|m-n|}{2} \end{cases}$

On peut donc exclure toutes les valeurs pour lesquelles $m+n$ n'est pas pair. On arrive ainsi à quatre solutions qui vérifient le précédent système : $(a,b) \in \{(15,9);(12,12);(13,5);(20,16)\}$.

2 Exercice

1.

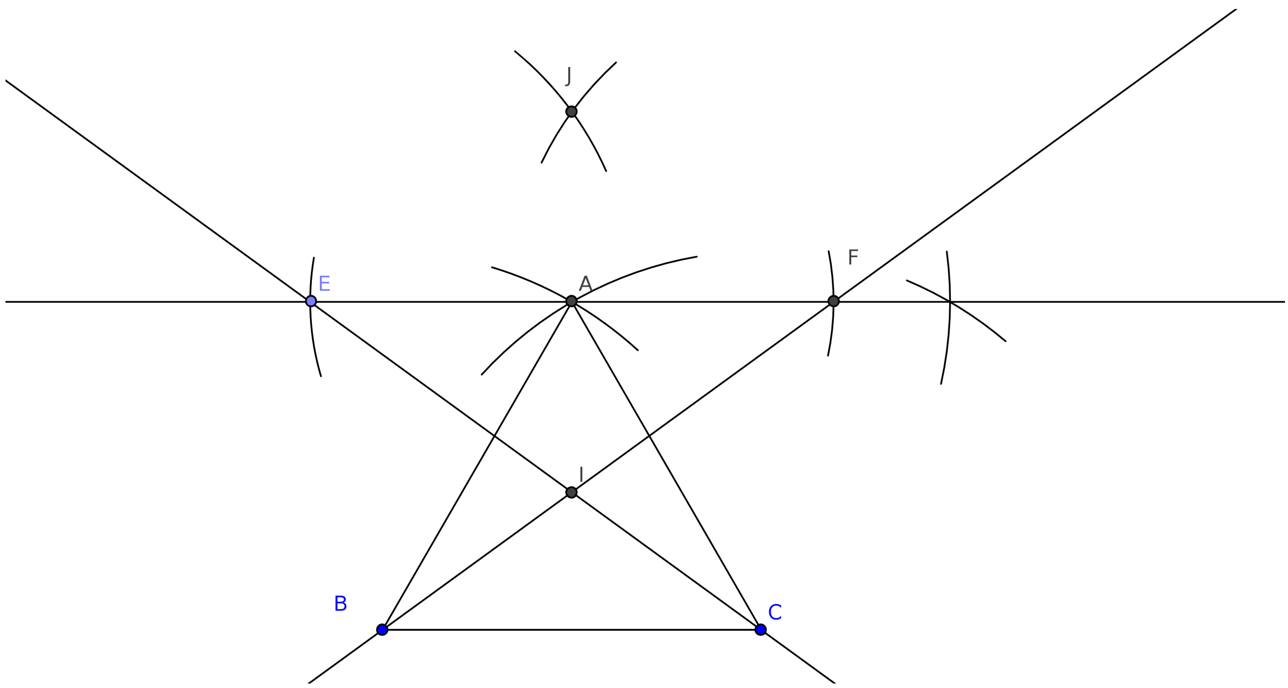

FIGURE 1 – Figure de l'exercice.

2. a)
   Puisque (d) est la médiatrice de $[BC]$: $(d)\perp(BC)$.
   $\left\{\begin{array}{c}(BC)//(EF)\\(d)\perp(BC)\end{array}\right. \Rightarrow (EF)\perp(d)$
   Comme de plus par construction : $EA = AF$ et $A \in [EF]$, on en déduit que E est le symétrique de F par rapport à (d).

   b) Notons s la symétrie d'axe (d). On a : $\left\{\begin{array}{l}s(E) = F\\s(B) = C\end{array}\right.$
   Donc (comme $A \neq B$) soit EC et BF se coupent en un unique point de (d), soit elles sont parallèles. Le cas parallèles est à exclure puisque, par construction, elles sont supposées sécantes. Autrement dit : $I \in (d)$.
   Comme on l'a déjà vu : $(d)\perp(EF)$ et puisque $(A, I)^2 \in (d) \times (d)$ $(AI)\perp(EF)$. Ainsi les diagonales du parallélogramme $IEJF$ sont orthogonales; $IEJF$ est donc un losange.

3. a) Puisque ABC est équilatéral la médiatrice et la hauteur se confondent donc le milieu de $[BC]$ est aussi le pied de la hauteur issue de A. Donc AHB est rectangle en H.
   D'après le théorème de Pythagore on a donc la relation métrique : $AH^2 + HB^2 = AB^2$. Puisque $HB = \frac{1}{2}BC$ et que $AB = BC = 10$, $AH^2 = \frac{3}{4} \times 100 = 75$. HB étant une longueur (donc positive) : $AH = 5\sqrt{3}$cm.

   b) On a une configuration de Thalès :
   - Les points B, I, F, d'une part et H, I, A sont alignés dans le même ordre.
   - Les droite (BF) et (HA) sont sécantes en I.

   Comme de plus les droites (AF) et (BH) sont parallèles, d'après le théorèmes de Thalès on a la relation métrique : $\frac{x}{5} = \frac{IA}{IH}$.

   c) Comme $I \in [AH]$, $AI + IH = AH = 5\sqrt{3}$. Donc : $IH = 5\sqrt{3} - AI$. En remplaçant IH par cette valeur dans l'égalité de la question précédente : $\frac{x}{5} = \frac{IA}{5sqrt3-AI}$. On en déduit : $AI = \frac{5x\sqrt{3}}{5+x}$.

3 Exercice

1. a) Puisque les graduations sont régulières des deux côtés il y a proportionnalité entre les variations des deux systèmes de graduation. Or à un variation de $212 - 32 = 180$°F correspond une variation de 100°C. Donc une variation de 1°C correspond à une variation de $1,8$°F.
   De plus comme la température à 0°C correspond à 32°F, si on note t la température en degrés Celsius et T la température en degrés Fahrenheit : $T = 32 + 1,8 \times t$. On peut donc compléter les graduations.

   b) Il n'y a pas de relation de relation de proportionnalité puisque : $\frac{212}{100} \neq \frac{50}{10}$ par exemple.

2. Voir ci-dessus.

3. a) En considérant T comme une fonction de t d'après le question précédente c'est une fonction affine et : $T(25) = 1,8 \times 25 + 32 = 77$°F.

   b) Sur le dessin les 25 degrés sont à la moitié des graduations 20 et 30 de droite. En correspondance de cette graduation on est à la moitié entre 68 et 86 : $\frac{68+86}{2} = 77$. On retrouve bien le précédent résultat.

4. Les deux échelles donnent la même température t_0 si et seulement si : $t_0 = 1,8 \times t_0 + 32$. Autrement dit : $t_0 = \frac{-32}{0,8} = -40$°.
   On vérifie bien sur le dessin.

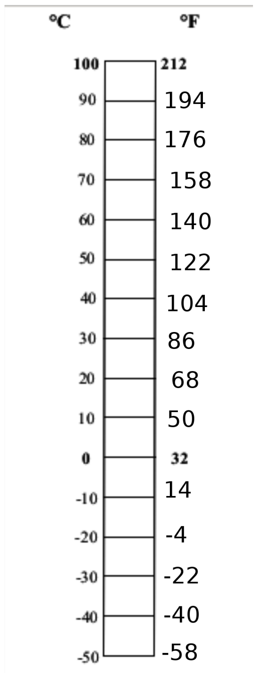

Figure 2 – Double échelle de température.