1 Exercice

1.

Étape	1	2	3	4	5
Nombres de triangles	1	3	6	10	15

Pour recenser les triangles on peut les regrouper suivant la longueur (en graduation) de leur base.

2. Une façon de voir les choses :
   - Il y a 1 triangle dont la base mesure 10.
   - Il y a 2 triangles dont la base mesure 9.
   - Il y a 3 triangles dont la base mesure 8.

     $\vdots$
   - Il y a 10 triangles dont la base mesure 1.

   Le nombre total de triangles dessinés est : $1 + \cdots + 10 = \sum_{k=1}^{10} k = \frac{11\times 10}{2} = 55$.

3. Soit n le dernier numéro inscrit sur la droite le nombre total de triangle est la somme des entiers naturels de 1 à n donc : $\frac{n.(n+1)}{2}$. S'il y 105 triangles : $2 \times 105 = n^2 + n$. Donc n est une racine de : $X^2 + X - 210 = 0$. Il s'agit d'un trinôme du second degré : $\Delta = 841$. Donc le trinôme admet deux racines distinctes : $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2.a} = 14$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2.a} = -15$. Comme $n \in \mathbb{N}$, il n'y a qu'une solution possible : $n = 14$.
   Léa a fait 14 graduations.

4. On recommence : $X^2 + X - 6642 = 0$. $\Delta = 26569$. $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2.a} = 81$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2.a} = -82$.
   Donc le dernier point marqué serait 81.

2 Exercice

1. Le plus petit nombre répondant aux critères est : 43125.

2. 1) $\Rightarrow$ le nombre peut s'écrire $\overline{1abcd}$ avec $0 \leq b, c, d \leq 9$ et $a \in \{5, 6\}$.
   3) $\Leftrightarrow b \in \{0; 3; 6; 9\}$
   4) $\Leftrightarrow d \in \{6; 8\}$
   5) $\leftrightarrow c = b + 1$
   16000 est à exclure puisqu'on ne peut répéter un chiffre d'après 2). Donc $a = 5$.
   b ne peut être égale à 9 car $c = b + 1$ et $c \leq 9$. Donc $d \in \{0; 3; 6\}$. Si $b = 6$ alors d ne peut être égale qu'à 8. On résume cela sur le schéma :
   Les nombres possible sont donc :
   - 15016
   - 15018
   - 15346
   - 15348
   - 15678

3. Notons $N = \overline{abc}$ avec $0 \leq a, b, c \leq 9$. Alors : $M = \overline{acb}$ et $P = \overline{bac}$. Comme dans tous les cas on obtient un nombre à trois chiffres nécessairement a et b sont non nuls.
   On a les systèmes successivement équivalents :
   $$\begin{cases} N + 36 = M \\ N - 270 = P \end{cases}$$
   $$\begin{cases} 100.a + 10.b + c + 36 = 100.a + 10.c + b \\ 100.a + 10.b + c - 270 = 100.b + 10.a + c \end{cases}$$
   $$\begin{cases} 9.b - 9.c = -36 \\ 90a - 90b = 270 \end{cases}$$

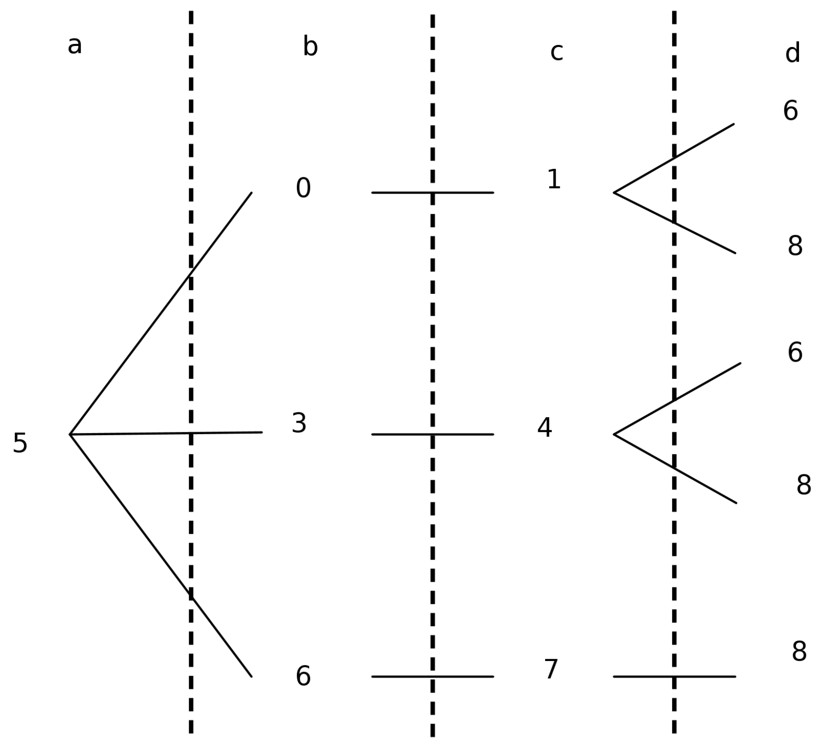

FIGURE 1 – Différents a, b, c, c possibles.

$$\begin{cases} b - c = 4 \\ a - b = 3 \end{cases}$$
$$\begin{cases} c = b - 4 \\ a = 3 + b \end{cases}$$

Donc nécessairement $b \geq 4$ et $b \leq 6$ et l'on obtient toutes les solutions possibles :

b	a	c	$\overline{abc}$
4	7	0	740
5	8	1	851
6	9	2	962

3 Exercice

1. Notons x la largeur du rectangle 1. Notons y la longueur du rectangle 1. On remarque sur la figure que : $2.x = y$.
   D'autre part dire que le périmètre de $ABCD$ égale 55 équivaut à dire que : $2.(x+y)+2.y = 55$.
   Compte tenu de la relation liant x et y : $2.(x + 2x) + 2 \times 2.x = 55$. Autrement dit : $x = 5,5$.
   L'aire du rectangle 1 est donnée par : $A_1 = y.(y + x) = 2.x.(2.x + x) = 6.x^2$. Donc $A_1 = 181,5\text{cm}^2$.
2. l'aire du rectangle $ABCD$ est trois fois celle du rectangle 1 : $A_2 = 3 \times A_1 = 544,5\text{cm}^2$.
3. Le périmètre du rectangle 1 est : $P_1 = 2.x + 2.y = 6.x$. Le périmètre du rectangle 2 est : $P_2 = 2.y+2.(x+y) = 10.x$. On en déduit le pourcentage du périmètre de $ABCD$ que représente celui du rectangle 1 : $p = 100 \times \frac{P_1}{P_2} = 100 \times \frac{6}{10} = 100 \times \frac{3}{5} = 60\%$.
4. Le triangle ABC est rectangle en B donc, d'après le théorème de Pythagore on a : $AB^2+BC^2 = AC^2$. Autrement dit : $4.x^2+9.x^2 = AC^2$. Donc, AC étant une grandeur positive : $AC = x.\sqrt{13}$.

Le demi-périmètre du rectangle 1 est : $3.x$.
Donc les deux grandeurs sont différentes.