1 Exercice

1. Le salaire de Dominique est augmenté de 5% donc son nouveau salaire est : $x' = 1,05.x$.
   Le salaire de Claude est augmenté de $12,5\%$ donc son nouveau salaire est : $y' = 1,125y$.
   Le nouveau revenu du couple est donc : $x' + y' = 1,05.x + 1,125y$.
   Puisque Dominique gagne 50% de plus que Claude : $x = 1,5.y$. La précédente égalité s'écrit donc en substituant x par cette nouvelle expression : $x' + y' = 1,05 \times 1,5.y + 1,125y = 2,7.y$.
   Or $y = 1800$ donc le nouveau salaire du couple est : $2,7 \times 1800 = 4860$€.
2. D'après la question précédente le nouveau revenu du couple est donc : $1,05.x + 1,125y$.
3. Les revenus initiaux du couple sont : $x + y = 1800 + 1,5 \times 1800 = 4500$€. Donc le pourcentage d'augmentation des revenus du couple est : $100 \times \frac{x'+y'-(x+y)}{x+y} = 100 \times \frac{4860-4500}{4500} = 8\%$.
4. L'augmentation des revenus du couple est : $100 \times \frac{x'+y'-(x+y)}{x+y} = 100 \times \frac{2{,}7.y-2{,}5.y}{2{,}5.y} = 100 \times \frac{0{,}2}{2{,}5} = 8\%$.

2 Exercice

1. La décomposition additive de 33 comporte au maximum quatre fois 7 car $4 \times 7 \leq 33 < 5 \times 7$.
   La décomposition additive de 33 comporte au maximum 6 fois 5 car $6 \times 5 \leq 33 < 7 \times 5$.
   Recensons toutes les possibilités de couples de 5 et de 7 en comptant combien de fois ces nombres sont utilisés :

7 \ 5	0	1	2	3	4
0	0	7	14	21	28
1	5	12	19	26	33
2	10	17	24	31	38
3	15	22	29	36	43
4	20	27	34	41	48
5	25	32	39	46	53
6	30	37	44	51	58

   Les cases du tableau correspondant à des solutions sont celles contenant un nombre inférieur ou égale à 33. De plus la quantité manquant pour avoir 33 doit être un multiple de trois. Or les quantités restantes correspondantes sont :

7 \ 5	0	1	2	3	4
0	33	26	19	12	5
1	28	21	14	7	0
2	23	16	9	2	-
3	18	11	4	-	-
4	13	6	-	-	-
5	8	1	-	-	-
6	3	-	-	-	-

   On ne retient que les nombres divisible par 3 :
   $11 \times 3 + 0 \times 5 + 0 \times 7$
   $4 \times 3 + 0 \times 5 + 3 \times 7$
   $7 \times 3 + 1 \times 5 + 1 \times 7$
   $3 \times 3 + 2 \times 5 + 2 \times 7$
   $6 \times 3 + 3 \times 5 + 0 \times 7$
   $2 \times 3 + 4 \times 5 + 1 \times 7$
   $1 \times 3 + 6 \times 6 + 0 \times 7$
2. a) Yanis affirme donc qu'il existe une décomposition telle que celles de la question 1) pour laquelle il y a 2 fois 7 et 0 fois 5. Or il n'y a pas de telle solutions parmi celles que nous

avons recensées. Ce n'est donc pas possible.

b) Notons m le nombre de drop (et donc de pénalités marquées) et n le nombre d'essais non transformés. On a donc : $27 = 2 \times m \times 3 + n \times 5 + 2 \times 14$. Donc : $5.n + 6.m = 13$. Nécessairement : $n \leq 2$.
Or si $n = 2$, alors $m = \frac{3}{6}$ est impossible.
Si $n = 1$, alors $m = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ est impossible.
Si $n = 0$, alors $m = \frac{13}{6}$ est impossible.
C'est donc impossible.

c) On reprend le raisonnement de la question 1) et on a :

7 \ 5	0	1	2
0	0	7	14
1	5	12	19
2	10	17	24
3	15	22	29
4	20	27	34

et donc il reste :

7 \ 5	0	1	2
0	20	13	6
1	15	8	1
2	10	3	-
3	5	-	-
4	0	-	-

On identifie les multiples de 3 et on en déduit les possibilités :
$2 \times 3 + 0 \times 5 + 2 \times 7$
$5 \times 3 + 1 \times 5 + 0 \times 7$
$1 \times 3 + 2 \times 5 + 1 \times 7$
$0 \times 3 + 4 \times 5 + 0 \times 7$.
On peut reprendre les différentes égalités précédentes en remplaçant 3 par pénalités, 5 par essai non transformé et 7 par essai transformé.

3 Exercice

1. a) La longueur de ficelle utilisée se trouve en calculant les périmètres des rectangles que décrivent cette ficelle : $L = 2.(x + y) + 4.x = 6.x + 2.y$. D'après l'énoncé $L = 100$, donc $y = \frac{100-6x}{2} = 50 - 3.x$.

   b) L'aire du parallélépipède est : $A = 2.x^2 + 4.xy$. On remplace y par l'expression trouvée à la question précédente : $A = 2.x^2 + 4.x.(50 - 3.x)$.

   c) On obtient un cube si et seulement si $x = y$ donc si et seulement si $x = 50 - 3.x$. Autrement dit : $x = \frac{5}{4} = 12,5$cm.

2. D'après l'annexe 5 l'aire maximale du parallélépipède est 1000cm^2. Et d'après les annexes 5 et 6 cette aire maximale est obtenue pour$x \simeq 10$cm. Et Donc $y = 50 - 3 \times 10 = 20$cm.

3. On lit sur l'annexe 6 :

L en cm	A en cm^2
100	750
80	550
75	500
50	250

4. D'après les premières questions :
$$\begin{cases} L = 6.x + 2.y \\ A = 2.x^2 + 4.x.y \end{cases}$$ Si $L = 60$cm, alors $y = 30 - 3x = 15$ et $A = 350\text{cm}^2$.
Si $L = 70$cm, alors $y = 35 - 15 = 20$ et $A = 450\text{cm}^2$.

5. On complète le tableau :

Longueur de la ficelle exprimée en cm	80	70	60	50
Aire du parallélépipède en cm^2	550	450	350	250
Écart longueur	10	10	10	
Écart aire	100	100	100	