☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9
☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9
☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9
☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

Numéro identifiant :

....

Exercices de Q.C.M. de bac.

1 2023 Métropole, Antilles-Guyane sujet 1 20 mars 2023.

Un technicien contrôle les machines équipant une grande entreprise. Toutes ces machines sont identiques.
On sait que :

- 20 % des machines sont sous garantie ;
- 0,2 % des machines sont à la fois défectueuses et sous garantie ;
- 8,2 % des machines sont défectueuses.

Le technicien teste une machine au hasard.

On considère les évènements suivants :

- G : « la machine est sous garantie » ;
- D : « la machine est défectueuse » ;
- $\overline{G}$ et $\overline{D}$ désignent respectivement les évènements contraires de G et D.

Question 1
La probabilité $p_G(D)$ de l'évènement D sachant que G est réalisé est égale à :

☐ $0,2.$ ☐ $0,01$ ☐ $0,024.$ ☐ $0,002.$

Question 2 La probabilité $p\left(\overline{G} \cap D\right)$ est égale à :

☐ $0,21.$ ☐ $0,1.$ ☐ $0,01.$ ☐ $0,08$

Question 3 La machine est défectueuse. La probabilité qu'elle soit sous garantie est environ égale, à 10^{-3} près, à :

☐ $0,024$ ☐ $0,082.$ ☐ $0,1.$ ☐ $0,01.$

On choisit au hasard et de façon indépendante n machines de l'entreprise, où n désigne un entier naturel non nul.
On assimile ce choix à un tirage avec remise, et on désigne par X la variable aléatoire qui associe à chaque lot de n machines le nombre de machines défectueuses dans ce lot.
On admet que X suit la loi binomiale de paramètres n et $p = 0,082$.

Question 4 Dans cette question, on prend $n = 50$.
La valeur de la probabilité $p(X > 2)$, arrondie au millième, est de :

☐ $0,789$ ☐ $0,924.$ ☐ $0,136.$ ☐ $0,864.$

Question 5 On considère un entier n pour lequel la probabilité que toutes les machines d'un lot de taille n fonctionnent correctement est supérieure à $0,4$.
La plus grande valeur possible pour n est égale à :

☐ 6. ☐ 5. ☐ 10 ☐ 11.

2 2023 Métropole, Antilles-Guyane sujet 2 21 mars 2023.

Un jeu vidéo possède une vaste communauté de joueurs en ligne. Avant de débuter une partie, le joueur doit choisir entre deux « mondes » : soit le monde A, soit le monde B. On choisit au hasard un individu dans la communauté des joueurs.

Lorsqu'il joue une partie, on admet que :

- la probabilité que le joueur choisisse le monde A est égale à $\frac{2}{5}$;
- si le joueur choisit le monde A, la probabilité qu'il gagne la partie est de $\frac{7}{10}$;
- la probabilité que le joueur gagne la partie est de $\frac{12}{25}$.

On considère les évènements suivants :

- A : « Le joueur choisit le monde A » ;
- B : « Le joueur choisit le monde B » ;
- G : « Le joueur gagne la partie ».

On sait donc que $P(A) = \frac{2}{5}$, $P_A(G) = \frac{7}{10}$ et $P(G) = \frac{12}{25}$.

Question 6

La probabilité que le joueur choisisse le monde A et gagne la partie est égale à :

☐ $\frac{3}{25}$. ☐ $\frac{24}{125}$. ☐ $\frac{7}{10}$. ☐ $\frac{7}{25}$

Question 7

La probabilité $P_B(G)$ de l'événement G sachant que B est réalisé est égale à :

☐ $\frac{1}{5}$. ☐ $\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{7}{15}$. ☐ $\frac{5}{12}$.

Dans la suite de l'exercice, un joueur effectue 10 parties successives.
On assimile cette situation à un tirage aléatoire avec remise.
On rappelle que la probabilité de gagner une partie est de $\frac{12}{25}$.

Question 8

La probabilité, arrondie au millième, que le joueur gagne exactement 6 parties est égale à :

☐ $0,188$ ☐ $0,671$. ☐ $0,859$. ☐ $0,187$.

Question 9

On considère un entier naturel n pour lequel la probabilité, arrondie au millième, que le joueur gagne au plus n parties est de $0,207$. Alors :

☐ $n = 4$. ☐ $n = 5$. ☐ $n = 2$. ☐ $n = 3$.

Question 10

La probabilité que le joueur gagne au moins une partie est égale à :

☐ $1 - \left(\frac{13}{25}\right)^{10}$. ☐ $1 - \left(\frac{12}{25}\right)^{10}$. ☐ $\left(\frac{13}{25}\right)^{10}$. ☐ $\left(\frac{12}{25}\right)^{10}$.

3 2023 Centre étranger sujet 2 22 mars 2023.

Une chaîne de fabrication produit des pièces mécaniques. On estime que $4\,\%$ des pièces produites par cette chaîne sont défectueuses.

On choisit au hasard n pièces produites par la chaîne de fabrication.

Le nombre de pièces produites est suffisamment grand pour que ce choix puisse être assimilé à un tirage avec remise.

On note X la variable aléatoire égale au nombre de pièces défectueuses tirées.

Dans les trois questions suivantes, on prend $n = 50$.

Question 11
Quelle est la probabilité, arrondie au millième, de tirer au moins une pièce défectueuse ?

☐ $0,599$. ☐ $0,870$. ☐ 1. ☐ $0,600$.

Question 12
La probabilité $p(3 < X \leqslant 7)$ est égale à :

☐ $p(X < 7) - p(X \geqslant 3)$. ☐ $p(X \leqslant 7) - p(X \leqslant 3)$. ☐ $p(X \leqslant 7) - p(X > 3)$.
☐ $p(X < 7) - p(X > 3)$.

Question 13
Quel est le plus petit entier naturel k tel que la probabilité de tirer au plus k pièces défectueuses soit supérieure ou égale à 95 % ?

☐ 3. ☐ 2. ☐ 5. ☐ 4.

Dans les questions suivantes, n ne vaut plus nécessairement 50.

Question 14
Quelle est la probabilité de ne tirer que des pièces défectueuses ?

☐ $1 - 0,96^n$. ☐ $0,96^n$. ☐ $0,04^n$. ☐ $1 - 0,04^n$.

Question 15
On considère la fonction Python ci-dessous. Que renvoie-t-elle ?

```
def seuil (x) :
    n=1
    while 1-0.96**n < x :
        n = n + 1
    return n
```

☐ Le plus petit nombre n tel que la probabilité de tirer au moins une pièce défectueuse soit supérieure ou égale à x.
☐ Le plus grand nombre n tel que la probabilité de ne tirer aucune pièce défectueuse soit supérieure ou égale à x.
☐ Le plus grand nombre n tel que la probabilité de ne tirer que des pièces défectueuses soit supérieure ou égale à x.
☐ Le plus petit nombre n tel que la probabilité de ne tirer aucune pièce défectueuse soit supérieure ou égale à x..

4 2023 Asie sujet 1 23 mars 2023.

Une urne contient 15 billes indiscernables au toucher, numérotées de 1 à 15.
La bille numérotée 1 est rouge.
Les billes numérotées 2 à 5 sont bleues.
Les autres billes sont vertes.

On choisit une bille au hasard dans l'urne.
On note R (respectivement B et V) l'évènement : « La bille tirée est rouge » (respectivement bleue et verte).

Question 16
Quelle est la probabilité que la bille tirée soit bleue ou numérotée d'un nombre pair ?

☐ $\frac{9}{15}$. ☐ Aucune des affirmations précédentes n'est juste. ☐ $\frac{11}{10}$. ☐ $\frac{7}{15}$.

Question 17
Sachant que la bille tirée est verte, quelle est la probabilité qu'elle soit numérotée 7 ?

☐ $\frac{7}{15}$. ☐ $\frac{1}{15}$. ☐ $\frac{1}{10}$. ☐ Aucune des affirmations précédentes n'est juste.

Un jeu est mis en place. Pour pouvoir jouer, le joueur paie la somme de 10 euros appelée la mise.
Ce jeu consiste à tirer une bille au hasard dans l'urne.

- Si la bille tirée est bleue, le joueur remporte, en euro, trois fois le numéro de la bille.
- Si la bille tirée est verte, le joueur remporte, en euro, le numéro de la bille.
- Si la bille tirée est rouge, le joueur ne remporte rien.

On note G la variable aléatoire qui donne le gain algébrique du joueur, c'est-à-dire la différence entre ce qu'il remporte et sa mise de départ.

Par exemple, si le joueur tire la bille bleue numérotée 3, alors son gain algébrique est -1 euro.

Question 18
Que vaut $\mathrm{P}(\mathrm{G} = 5)$?

☐ Aucune des affirmations précédentes n'est juste. ☐ $\frac{1}{15}$. ☐ $\frac{2}{15}$. ☐ $\frac{1}{3}$.

Question 19
Quelle est la valeur de $P_R(G = 0)$?

☐ Aucune des affirmations précédentes n'est juste. ☐ 1. ☐ $\frac{1}{15}$. ☐ 0.

Question 20
Que vaut $P_{(G=-4)}(V)$?

☐ $\frac{4}{15}$. ☐ $\frac{1}{2}$. ☐ Aucune des affirmations précédentes n'est juste. ☐ $\frac{1}{15}$.

5 2023 Asie sujet 2 24 mars 2023.

On considère L une liste de nombres constituée de termes consécutifs d'une suite arithmétique de premier terme 7 et de raison 3, le dernier nombre de la liste est 2 023 soit :

$$\mathrm{L} = [7,\ 10,\ \dots,\ 2\,023].$$

Question 21
Le nombre de termes de cette liste est :

☐ 672. ☐ 2 016. ☐ 673. ☐ 2 023.

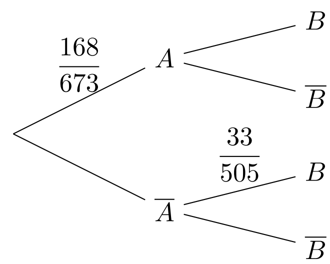
Question 22
On choisit au hasard un nombre dans cette liste. La probabilité de tirer un nombre pair est :

☐ $\frac{34}{673}$. ☐ $\frac{1}{2}$. ☐ $\frac{337}{673}$. ☐ $\frac{336}{673}$.

On rappelle qu'on choisit au hasard un nombre dans cette liste.
On s'intéresse aux évènements suivants :

- Évènement A : « obtenir un multiple de 4 »
- Évènement B : « obtenir un nombre dont le chiffre des unités est 6 »

Pour répondre aux questions suivantes on pourra utiliser l'arbre pondéré ci-dessous et on donne $p(A \cap B) = \frac{34}{673}$.



Question 23
La probabilité d'obtenir un multiple de 4 ayant 6 comme chiffre des unités est :

☐ $\dfrac{17}{84}$. ☐ $\dfrac{34}{673}$. ☐ $\dfrac{168}{34}$. ☐ $\dfrac{168}{673} \times \dfrac{34}{673}$.

Question 24
$P_B(A)$ est égale à :

☐ $\dfrac{33}{168}$. ☐ $\dfrac{34}{67}$. ☐ $\dfrac{36}{168}$. ☐ $\dfrac{1}{2}$.

Question 25
On choisit, au hasard, successivement, 10 éléments de cette liste.
Un élément peut être choisi plusieurs fois. La probabilité qu'aucun de ces 10 nombres ne soit un multiple de 4 est :

☐ $1 - \left(\dfrac{168}{673}\right)^{10}$. ☐ $1 - \left(\dfrac{505}{673}\right)^{10}$. ☐ $\left(\dfrac{168}{673}\right)^{10}$. ☐ $\left(\dfrac{505}{673}\right)^{10}$.

6 2023 Amérique du Nord sujet 1 27 mars 2023.

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.
On considère les points A$(-1\ ;\ 2\ ;\ 5)$, B$(3\ ;\ 6\ ;\ 3)$, C$(3\ ;\ 0\ ;\ 9)$ et D$(8\ ;\ -3\ ;\ -8)$.
On admet que les points A, B et C ne sont pas alignés.

Question 26
ABC est un triangle :

☐ équilatéral. ☐ isocèle rectangle en B. ☐ isocèle rectangle en C. ☐ isocèle rectangle en A.

Question 27
Une équation cartésienne du plan (BCD) est :

☐ $4x + y + z - 21 = 0$. ☐ $2x + y + z - 15 = 0$. ☐ $9x - 5y + 3 = 0$. ☐ $11x + 5z - 73 = 0$.

Question 28
On admet que le plan (ABC) a pour équation cartésienne $x - 2y - 2z + 15 = 0$.
On appelle H le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC).
On peut affirmer que :

☐ H$(-2\ ;\ 17\ ;\ 12)$. ☐ H$(3\ ;\ 7\ ;\ 2)$. ☐ H$(-15\ ;\ 1\ ;\ -1)$. ☐ H$(3\ ;\ 2\ ;\ 7)$.

Question 29

Soit la droite Δ de représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{rl} x = & 5 + t \\ y = & 3 - t \\ z = & -1 + 3t \end{array}\right.$, avec t réel.

Les droites (BC) et Δ sont :

☐ confondues. ☐ strictement parallèles. ☐ non coplanaires. ☐ sécantes.

Question 30
On considère le plan $\mathcal{P}$ d'équation cartésienne $2x - y + 2z - 6 = 0$.
On admet que le plan (ABC) a pour équation cartésienne $x - 2y - 2z + 15 = 0$.
On peut affirmer que :

- ☐ les plans $\mathcal{P}$ et (ABC) sont sécants et leur intersection est la droite (BC).
- ☐ les plans $\mathcal{P}$ et (ABC) sont sécants et leur intersection est la droite (AC).
- ☐ les plans $\mathcal{P}$ et (ABC) sont strictement parallèles.
- ☐ les plans $\mathcal{P}$ et (ABC) sont sécants et leur intersection est la droite (AB).

7 2023 La Réunion sujet 1 28 mars 2023.

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 3$ et, pour tout entier naturel n,

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{2}n + 1.$$

Question 31
La valeur de u_2 est égale à :

☐ $\frac{13}{2}$. ☐ $\frac{11}{4}$. ☐ $2,7$. ☐ $3,5$.

Question 32
La suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - n$ est :

☐ ni arithmétique, ni géométrique. ☐ arithmétique de raison $\frac{1}{2}$. ☐ géométrique de raison $\frac{1}{2}$.
☐ constante.

Question 33
On considère la fonction ci-dessous, écrite de manière incomplète en langage Python.

n désigne un entier naturel non nul.
On rappelle qu'en langage Python « i in range (n) » signifie que i varie de 0 à $n - 1$.

```
1  def terme (n)
2      U=3
3      for i in range(n) :
4  ..........
5      return U
```

Pour que terme (n) renvoie la valeur de u_n, on peut compléter la ligne 4 par :

☐ U = U/2 + n/2 + 1. ☐ U = U/2 + (i−1)/2+1. ☐ U = U/2 + i/2 + 1.
☐ U = U/2 + (i+1)/2+1.

8 2023 Nouvelle-Calédonie sujet 2 29 août 2023.

Les 200 adhérents d'un club sont des filles ou des garçons. Ces adhérents pratiquent l'aviron ou le basket selon la répartition figurant dans le tableau ci-dessous.

	Aviron	**Basket**	**Total**
Filles	25	80	105
Garçons	50	45	95
Total	75	125	200

On choisit un adhérent au hasard et on considère les évènements suivants :

F : l'adhérent est une fille ;

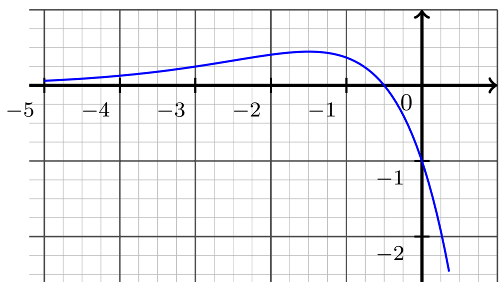
A : l'adhérent pratique l'aviron.

Question 34 La probabilité de F sachant A est égale à :

☐ $\dfrac{25}{105}$. ☐ $\dfrac{75}{105}$. ☐ $\dfrac{25}{100}$. ☐ $\dfrac{25}{75}$.

9 2022 Métropole Antilles-Guyane 12 mai 2022 sujet 2.

On considère une fonction f définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$. La courbe de sa fonction dérivée f' est donnée ci-dessous.



On admet que f' admet un maximum en $-\dfrac{3}{2}$ et que sa courbe coupe l'axe des abscisses au point de coordonnées $\left(-\dfrac{1}{2}\ ;\ 0\right)$.

Question 35

☐ Au point d'abscisse -1, la courbe de la fonction f admet une tangente horizontale.

☐ La fonction f admet un maximum en $-\dfrac{1}{2}$. ☐ La fonction f admet un maximum en $-\dfrac{3}{2}$.

☐ La fonction f admet un minimum en $-\dfrac{1}{2}$.

Question 36

☐ La fonction f est concave sur $\left]-\infty\ ;\ -\dfrac{1}{2}\right[$. ☐ La fonction f est convexe sur $\left]-\infty\ ;\ -\dfrac{3}{2}\right[$.

☐ La courbe $\mathcal{C}_f$ représentant la fonction f n'admet pas de point d'inflexion.

☐ La fonction f est convexe sur $\left]-\infty\ ;\ -\dfrac{1}{2}\right[$.

Question 37 La dérivée seconde f'' de la fonction f vérifie :

☐ $f''\left(-\dfrac{3}{2}\right) = 0$. ☐ $f''(x) \geqslant 0$ pour $x \in \left]-\infty\ ;\ -\dfrac{1}{2}\right[$ ☐ $f''(x) \geqslant 0$ pour $x \in [-2\ ;\ -1]$.

☐ $f''(-3) = 0$.

10 2022 Centres étrangers groupe 1 18 mai 2022 sujet 1.

On considère la fonction h définie sur l'intervalle $]0\,;\,2]$ par :

$$h(x) = x^2(1 + 2\ln(x)).$$

On note $\mathcal{C}_h$ la courbe représentative de h dans un repère du plan.
On admet que h est deux fois dérivable sur l'intervalle $]0\,;\,2]$.
On note h' sa dérivée et h'' sa dérivée seconde.
On admet que, pour tout réel x de l'intervalle $]0\,;\,2]$, on a :

$$h'(x) = 4x(1 + \ln(x)).$$

Question 38 Sur l'intervalle $\left]\dfrac{1}{\text{e}}\ ;\ 2\right]$, la fonction h s'annule :

☐ exactement 1 fois. ☐ exactement 2 fois. ☐ exactement 0 fois. ☐ exactement 3 fois.

Question 39 Une équation de la tangente à $\mathcal{C}_h$ au point d'abscisse $\sqrt{\text{e}}$ est :

☐ $y = 6\text{e}^{\frac{x}{2}}$. ☐ $y = \left(6\text{e}^{\frac{1}{2}}\right).x$. ☐ $y = (6\sqrt{\text{e}}).x + 2\text{e}$. ☐ $y = \left(6\text{e}^{\frac{1}{2}}\right).x - 4\text{e}$.

Question 40 Sur l'intervalle $]0\,;\,2]$, le nombre de points d'inflexion de la courbe $\mathcal{C}_h$ est égal à :

☐ 3. ☐ 0. ☐ 1. ☐ 2.

11 2022 Métropole, Antilles-Guyane 9 septembre 2022 sujet 2.

On considère les suites (u_n) et (v_n) définies par :

$$u_0 = 2,\ v_0 = 1 \text{ et, pour tout entier naturel } n : \left\{\begin{array}{lcl} u_{n+1} & = & u_n + 3v_n \\ v_{n+1} & = & u_n + v_n. \end{array}\right.$$

Question 41 On peut affirmer que :

☐ $u_2^2 - 3v_2^2 = -2^2$. ☐ $\left\{\begin{array}{lcl} u_2 & = & 5 \\ v_2 & = & 3 \end{array}\right.$. ☐ $\dfrac{u_2}{v_2} = 1,75$. ☐ $5u_1 = 3v_1$.

Question 42 On considère le programme ci-dessous écrit en langage Python :

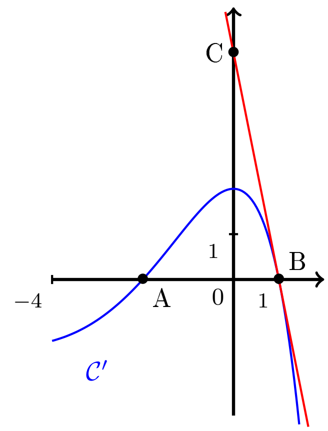
```
def valeurs() :
  u = 2
  v = 1
  for k in range(1,11)
    c = u
    u = u + 3*v
    v = c + v
  return (u, v)
```

Ce programme renvoie :

☐ les valeurs de u_n et v_n pour n allant de 1 à 10. ☐ u_{10} et v_{11}. ☐ u_{11} et v_{11}. ☐ u_{10} et v_{10}.

n considère une fonction f deux fois dérivable sur l'intervalle $[-4\ ;\ 2]$. On note f' la fonction dérivée de f et f'' la dérivée seconde de f.

On donne ci-dessous la courbe représentative $\mathcal{C}'$ de la fonction dérivée f' dans un repère du plan. On donne de plus les points A$(-2\ ;\ 0)$, B$(1\,;\,0)$ et C$(0\,;\,5)$.



Question 43 La fonction f est :

☐ convexe sur $[-4~;~0]$. ☐ concave sur $[-2~;~1]$. ☐ convexe sur $[0\,;\,2]$. ☐ convexe sur $[-2~;~1]$.

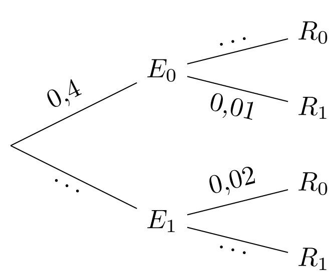
Question 44 On admet que la droite (BC) est la tangente à la courbe $\mathcal{C}'$ au point B. On a :

☐ $f'(1) = 5$. ☐ $f''(1) > 0$. ☐ $f'(1) < 0$. ☐ $f''(1) = -5$.

12 2022 Nouvelle-Calédonie 26 octobre 2022 sujet 1.

On considère un système de communication binaire transmettant des 0 et des 1.
Chaque 0 ou 1 est appelé bit.
En raison d'interférences, il peut y avoir des erreurs de transmission :
un 0 peut être reçu comme un 1 et, de même, un 1 peut être reçu comme un 0.
Pour un bit choisi au hasard dans le message, on note les évènements :

- E_0 : « le bit envoyé est un 0 » ;
- E_1 : « le bit envoyé est un 1 » ;
- R_0 : « le bit reçu est un 0 »
- R_1 : « le bit reçu est un 1 ».



On sait que :
$p\,(E_0) = 0,4$; $p_{E_0}\,(R_1) = 0,01$; $p_{E_1}\,(R_0) = 0,02$.
On rappelle que la probabilité conditionnelle de A sachant B est notée $p_B(A)$.
On peut ainsi représenter la situation par l'arbre de probabilités ci-dessus.

Question 45 La probabilité que le bit envoyé soit un 0 et que le bit reçu soit un 0 est égale à :

☐ $0,396$. ☐ $0,01$. ☐ $0,99$. ☐ $0,4$.

Question 46 La probabilité $p\,(R_0)$ est égale à :

☐ $0,02$. ☐ $0,931$. ☐ $0,408$. ☐ $0,99$.

Question 47 Une valeur, approchée au millième, de la probabilité $p_{R_1}(E_0)$ est égale :

☐ $0,007$. ☐ $0,001$. ☐ $0,010$. ☐ $0,004$.

Question 48 La probabilité de l'évènement « il y a une erreur de transmission » est égale à :

☐ $0,016$. ☐ $0,16$. ☐ $0,03$. ☐ $0,015$.

Un message de longueur huit bits est appelé un octet.
On admet que la probabilité qu'un octet soit transmis sans erreur est égale à 0,88.

Question 49 On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
La probabilité, à 10^{-3} près, qu'exactement 7 octets soient transmis sans erreur est égale à :

☐ $0,085$. ☐ $0,976$. ☐ $0,109$. ☐ $0,915$.

Question 50 On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
La probabilité qu'au moins 1 octet soit transmis sans erreur est égale à :

☐ $0,88^{10}$. ☐ $1-0,88^{10}$. ☐ $0,12^{10}$. ☐ $1-0,12^{10}$.

Question 51 Soit N un entier naturel. On transmet successivement N octets de façon indépendante.
Soit N_0 la plus grande valeur de N pour laquelle la probabilité que les N octets soient tous transmis sans erreur est supérieure ou égale à $0,1$.
On peut affirmer que :

☐ $N_0 = 19$. ☐ $N_0 = 18$. ☐ $N_0 = 20$. ☐ $N_0 = 17$.

13 2022 Nouvelle-Calédonie 27 octobre 2022 sujet 2.

On considère deux suites (v_n) et (w_n) vérifiant la relation :

$$w_n = \mathrm{e}^{-2v_n} + 2.$$

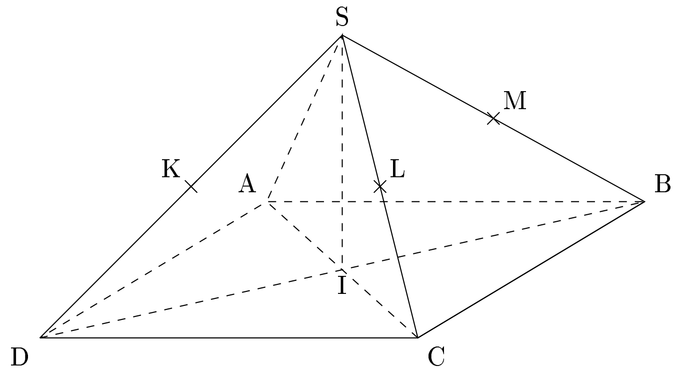
Question 52 Soit a un nombre réel strictement positif. On a $v_0 = \ln(a)$.

☐ $w_0 = -2a + 2$. ☐ $w_0 = \dfrac{1}{a^2+2}$. ☐ $w_0 = \dfrac{1}{-2a} + 2$. ☐ $w_0 = \dfrac{1}{a^2} + 2$.

Question 53 On sait que la suite (v_n) est croissante. On peut affirmer que la suite (w_n) est :

☐ croissante et minorée par 2. ☐ décroissante et majorée par 3. ☐ croissante et majorée par 3.
☐ décroissante et minorée par 2.

14 2021 15 mars 2021 sujet 1.



SABCD est une pyramide régulière à base carrée ABCD dont toutes les arêtes ont la même longueur.
Le point I est le centre du carré ABCD.
On suppose que : IC = IB = IS = 1.
Les points K, L et M sont les milieux respectifs des arêtes [SD], [SC] et [SB].

Question 54 Les droites suivantes ne sont pas coplanaires :

☐ (LM) et (AD). ☐ (AS) et (IC). ☐ (DK) et (SD). ☐ (AC) et (SB).

Pour les questions suivantes, on se place dans le repère orthonormé de l'espace $\left(\mathrm{I}\ ;\ \overrightarrow{\mathrm{IC}},\ \overrightarrow{\mathrm{IB}},\ \overrightarrow{\mathrm{IS}}\right)$.
Dans ce repère, on donne les coordonnées des points suivants :

$$\mathrm{I}(0\ ;\ 0\ ;\ 0)\quad ;\quad \mathrm{A}(-1\ ;\ 0\ ;\ 0)\quad ;\quad \mathrm{B}(0\ ;\ 1\ ;\ 0)\quad ;\quad \mathrm{C}(1\ ;\ 0\ ;\ 0)\quad ;\quad \mathrm{D}(0\ ;\ -1\ ;\ 0)\quad ;\quad \mathrm{S}(0\ ;\ 0\ ;\ 1).$$

Question 55 Les coordonnées du milieu N de [KL] sont :

☐ $\left(-\frac{1}{2}\ ;\ \frac{1}{2}\ ;\ 1\right)$. ☐ $\left(\frac{1}{4}\ ;\ -\frac{1}{4}\ ;\ \frac{1}{2}\right)$. ☐ $\left(-\frac{1}{4}\ ;\ \frac{1}{4}\ ;\ \frac{1}{2}\right)$. ☐ $\left(\frac{1}{4}\ ;\ \frac{1}{4}\ ;\ \frac{1}{4}\right)$.

Question 56 Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AS}}$ sont :

☐ $\left(-\frac{1}{4}\ ;\ \frac{1}{4}\ ;\ \frac{1}{2}\right)$. ☐ $\left(-\frac{1}{2}\ ;\ \frac{1}{2}\ ;\ 1\right)$. ☐ $\left(\frac{1}{4}\ ;\ \frac{1}{4}\ ;\ \frac{1}{4}\right)$. ☐ $\left(\frac{1}{4}\ ;\ -\frac{1}{4}\ ;\ \frac{1}{2}\right)$.

Question 57 Une représentation paramétrique de la droite (AS) est :

☐ $\left\{\begin{array}{rcl} x &=& -1-t \\ y &=& 1+t \\ z &=& 1-t \end{array}\right. \quad (t \in \mathbb{R}).$ ☐ $\left\{\begin{array}{rcl} x &=& t \\ y &=& 0 \\ z &=& 1+t \end{array}\right. \quad (t \in \mathbb{R}).$ ☐ $\left\{\begin{array}{rcl} x &=& -1-t \\ y &=& t \\ z &=& -t \end{array}\right. \quad (t \in \mathbb{R}).$

☐ $\left\{\begin{array}{rcl} x &=& -1+2t \\ y &=& 0 \\ z &=& 1+2t \end{array}\right. \quad (t \in \mathbb{R}).$

Question 58 Une équation cartésienne du plan (SCB) est :

☐ $x+y+z-1=0$. ☐ $x+z-1=0$. ☐ $y+z-1=0$. ☐ $x-y+z=0$.

15 2021 15 mars 2021 sujet 2.

Dans un centre de traitement du courrier, une machine est équipée d'un lecteur optique automatique de reconnaissance de l'adresse postale. Ce système de lecture permet de reconnaître convenablement 97 % des adresses ; le reste du courrier, que l'on qualifiera d'illisible pour la machine, est orienté vers un employé du centre chargé de lire les adresses.

Cette machine vient d'effectuer la lecture de neuf adresses. On note X la variable aléatoire qui donne le nombre d'adresses illisibles parmi ces neuf adresses.

On admet que X suit la loi binomiale de paramètres $n = 9$ et $p = 0,03$.

Question 59 La probabilité qu'aucune des neuf adresses soit illisible est égale, au centième près, à :

☐ 0. ☐ $0,76$. ☐ $0,24$. ☐ 1.

Question 60 La probabilité qu'exactement deux des neuf adresses soient illisibles pour la machine est :

☐ $\binom{7}{2} \times 0,97^2 \times 0,03^7$. ☐ $\binom{9}{2} \times 0,97^7 \times 0,03^2$. ☐ $\binom{9}{2} \times 0,97^2 \times 0,03^7$. ☐ $\binom{7}{2} \times 0,97^7 \times 0,03^2$.

Question 61 La probabilité qu'au moins une des neuf adresses soit illisible pour la machine est :

☐ $1 - P(X = 0)$. ☐ $P(X \geqslant 2)$. ☐ $P(X \leqslant 1)$. ☐ $P(X < 1)$.

Une urne contient 5 boules vertes et 3 boules blanches, indiscernables au toucher.
On tire au hasard successivement et sans remise deux boules de l'urne.
On considère les évènements suivants :

- V_1 : « la première boule tirée est verte » ;
- B_1 : « la première boule tirée est blanche » ;
- V_2 : « la seconde boule tirée est verte » ;
- B_2 : « la seconde boule tirée est blanche ».

Question 62 La probabilité de V_2 sachant que V_1 est réalisé, notée $P_{V_1}(V_2)$, est égale à :

☐ $\frac{5}{8}$. ☐ $\frac{5}{14}$. ☐ $\frac{4}{7}$. ☐ $\frac{20}{56}$.

Question 63 La probabilité de l'évènement V_2 est égale à :

☐ $\frac{9}{7}$. ☐ $\frac{5}{7}$. ☐ $\frac{3}{28}$. ☐ $\frac{5}{8}$.

16 2021 Métropole 7 juin 2021 (candidats libres).

Soit f la fonction définie pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{e^{2x}}{x}$$

On donne l'expression de la dérivée seconde f'' de f, définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f''(x) = \frac{2e^{2x}(2x^2 - 2x + 1)}{x^3}.$$

Question 64 La fonction f', dérivée de f, est définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par :

☐ $f'(x) = 2e^{2x}$. ☐ $f'(x) = \frac{e^{2x}(1 + 2x)}{x^2}$. ☐ $f'(x) = \frac{e^{2x}(2x - 1)}{x^2}$. ☐ $f'(x) = \frac{e^{2x}(x - 1)}{x^2}$.

Question 65 La fonction f :

☐ admet un maximum en $\frac{1}{2}$. ☐ est monotone sur $]0\,;\,+\infty[$. ☐ admet un minimum en $\frac{1}{2}$. ☐ est décroissante sur $]0\,;\,+\infty[$.

Question 66 La fonction f admet pour limite en $+\infty$:

☐ e^{2x}. ☐ 1. ☐ $+\infty$. ☐ 0.

Question 67 La fonction f :

- ☐ est concave sur $]0\ ;\ +\infty[$.
- ☐ est représentée par une courbe admettant un point d'inflexion.
- ☐ est convexe sur $]0\ ;\ +\infty[$.
- ☐ est concave sur $\left]0\ ;\ \frac{1}{2}\right]$.

17 2021 Métropole 8 juin 2021 (candidats libres).

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(0; \vec{i}, \vec{j}\right)$.

On considère :

- La droite $\mathcal{D}$ passant par les points A$(1\ ;\ 1\ ;\ -2)$ et B$(-1\ ;\ 3\ ;\ 2)$.
- La droite $\mathcal{D}'$ de représentation paramétrique : $\begin{cases} x &= -4+3t \\ y &= 6-3t \\ z &= 8-6t \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$.
- Le plan $\mathcal{P}$ d'équation cartésienne $x+my-2z+8=0$ où m est un nombre réel.

Question 68 Parmi les points suivants, lequel appartient à la droite $\mathcal{D}'$?

- ☐ $\mathrm{M}_2(11\ ;\ -9\ ;\ -22)$.
- ☐ $\mathrm{M}_3(-7\ ;\ 9\ ;\ 2)$.
- ☐ $\mathrm{M}_4(-2\ ;\ 3\ ;\ 4)$.
- ☐ $\mathrm{M}_1(-1\ ;\ 3\ ;\ -2)$.

Question 69 Un vecteur directeur de la droite $\mathcal{D}'$ est :

- ☐ $\overrightarrow{u_4}\begin{pmatrix}-1\\3\\2\end{pmatrix}$.
- ☐ $\overrightarrow{u_3}\begin{pmatrix}3\\-3\\-6\end{pmatrix}$.
- ☐ $\overrightarrow{u_1}\begin{pmatrix}-4\\6\\8\end{pmatrix}$.
- ☐ $\overrightarrow{u_2}\begin{pmatrix}3\\3\\6\end{pmatrix}$.

Question 70 Les droites $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ sont :

- ☐ non coplanaires.
- ☐ strictement parallèles.
- ☐ confondues.
- ☐ sécantes.

Question 71 La valeur du réel m pour laquelle la droite $\mathcal{D}$ est parallèle au plan $\mathcal{P}$ est :

- ☐ $m=1$.
- ☐ $m=-2$.
- ☐ $m=-1$.
- ☐ $m=5$.

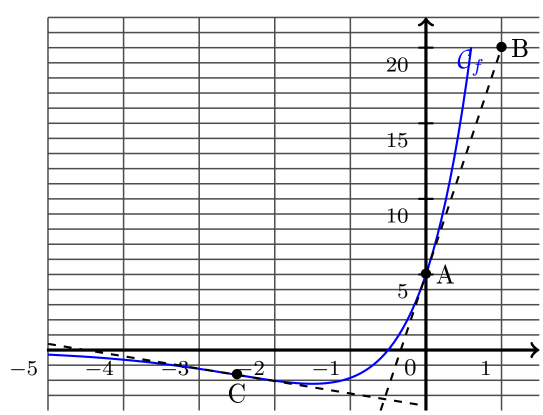
18 2021 Métropole 13 septembre 2021 (candidats libres).

Le graphique ci-dessous donne la représentation graphique $\mathcal{C}_f$ dans un repère orthogonal d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

On notera f' la fonction dérivée de f.

On donne les points A de coordonnées $(0\,;\,5)$ et B de coordonnées $(1\,;\,20)$. Le point C est le point de la courbe $\mathcal{C}_f$ ayant pour abscisse $-2,5$. La droite (AB) est la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point A.

Les questions 1 à 3 se rapportent à cette même fonction f.



Question 72 Affirmation : $f'(-0,5) = 0$.

☐ Vraie. ☐ Fausse.

Question 73 Affirmation : si $x \in]-\infty\ ;\ -0,5[$, alors $f'(x) < 0$.

☐ Vraie. ☐ Fausse.

Question 74 Affirmation : $f'(0) = 15$.

☐ Vraie. ☐ Fausse.

Question 75 Affirmation : la fonction dérivée f' ne change pas de signe sur $\mathbb{R}$.

☐ Fausse. ☐ Vraie.

Question 76 On admet que la fonction f représentée ci-dessus est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (ax + b)\mathrm{e}^x$, où a et b sont deux nombres réels et que sa courbe coupe l'axe des abscisses en son point de coordonnées $(-0,5\ ;\ 0)$.
On peut affirmer que :

☐ $a = 0$ et $b = 5$. ☐ $a = -1,5$ et $b = 5$. ☐ $a = 2,5$ et $b = -0,5$. ☐ $a = 10$ et $b = 5$.

Question 77 On admet que la dérivée seconde de la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f''(x) = (10x + 25)\mathrm{e}^x.$$

On peut affirmer que :

☐ La fonction f est concave sur $\mathbb{R}$. ☐ La fonction f est convexe sur $\mathbb{R}$.
☐ $\mathcal{C}_f$ n'admet pas de point d'inflexion. ☐ Le point C est l'unique point d'inflexion de $\mathcal{C}_f$.

Question 78 On considère deux suites (U_n) et (V_n) définies sur $\mathbb{N}$ telles que :
- pour tout entier naturel n, $U_n \leqslant V_n$;
- $\lim\limits_{n \to +\infty} V_n = 2$.

On peut affirmer que :

☐ la suite (U_n) converge. ☐ la suite (U_n) est majorée. ☐ pour tout entier naturel n, $V_n \leqslant 2$.
☐ la suite (U_n) diverge.

19 2021 Métropole 14 septembre 2021 (candidats libres).

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$, on considère les points A$(1\,;\,0\,;\,2)$, B$(2\,;\,1\,;\,0)$, C$(0\,;\,1\,;\,2)$ et la droite Δ dont une représentation paramétrique est :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x &=& 1+2t \\ y &=& -2+t \\ z &=& 4-t \end{array}\right., t \in \mathbb{R}.$$

Question 79 Parmi les points suivants, lequel appartient à la droite Δ ?

☐ M$(2\ ;\ 1\ ;\ -1)$. ☐ Q$(-5\ ;\ -5\ ;\ 1)$. ☐ P$(-3\ ;\ -4\ ;\ 2)$. ☐ N$(-3\ ;\ -4\ ;\ 6)$.

Question 80 Le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ admet pour coordonnées :

☐ $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. ☐ $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$. ☐ $\begin{pmatrix} 1,5 \\ 0,5 \\ 1 \end{pmatrix}$. ☐ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Question 81 Une représentation paramétrique de la droite (AB) est :

- [ ] $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = 2 \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$
- [ ] $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 2 - 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$
- [ ] $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$
- [ ] $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

Question 82 Une équation cartésienne du plan passant par le point C et orthogonal à la droite Δ est :

- [ ] $2x + y - z + 1 = 0.$
- [ ] $y + 2z - 5 = 0.$
- [ ] $x - 2y + 4z - 6 = 0.$
- [ ] $2x + y - z - 1 = 0.$

Question 83 On considère le point D défini par la relation vectorielle $\overrightarrow{\mathrm{OD}} = 3\overrightarrow{\mathrm{OA}} - \overrightarrow{\mathrm{OB}} - \overrightarrow{\mathrm{OC}}$.

- [ ] $\overrightarrow{\mathrm{AD}} = \overrightarrow{\mathrm{BC}}$.
- [ ] $\overrightarrow{\mathrm{AD}}$, $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ coplanaires.
- [ ] D a pour coordonnées $(3 ; -1 ; -1)$.
- [ ] les points A, B, C et D sont alignés.