Bac 2021 mathématiques première spécialité sujet public 037.

I Exercice. 5 points

1. Réponse b).

2. Réponse c).

3. Réponse c).

4. Réponse d).

5.

II Exercice. 5 points

1. Calculons u_1.

   Le coefficient multiplicateur correspondant à une baisse de 10 % est

$$\begin{aligned} q &= 1 + \frac{t}{100} \\ &= 1 + \frac{-10}{100} \\ &= 0{,}9 \end{aligned}$$

   Donc après la première semaine le prix de l'article devient

$$\begin{aligned} u_1 &= q \times u_0 \\ &= 0{,}9 \times 200 \end{aligned}$$

$$\boxed{u_1 = 180.}$$

Calculons u_2.

Comme précédemment :

$$\begin{aligned} u_2 &= q \times u_1 \\ &= 0{,}9 \times 180 \end{aligned}$$

$$\boxed{u_2 = 162.}$$

2. Déterminons la nature de $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

   En raisonnant comme à la question précédente nous remarquons que, quelque soit $n \in \mathbb{N}$:

   $$u_{n+1} = qu_n.$$

   Autrement dit

   $$\boxed{(u_n)_{n\in\mathbb{N}} \text{ est une suite géométrique de terme initial } u_0 = 200 \text{ et de raison } q = 0{,}9.}$$

   Déterminons le terme général de $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

   Puisque $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique de rang initial 0 et de raison q, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

   $$u_n = u_0 \times q^n.$$

   $$\boxed{\forall x \in \mathbb{N},\ u_n = 200 \times 0{,}9^n.}$$

3. Calculons u_{12}.

   $$\begin{aligned} u_{12} &= 200 \times q^{12} \\ &\approx 56{,}485907 \end{aligned}$$

   $$\boxed{u_{12} \approx 56{,}49.}$$

4.
```python
def seuil(x):
    u=200
    n=0
    while u>x:
        u=0.9*u
        n=n+1
    return n
```

5. Déterminons le temps d'attente nécessaire.

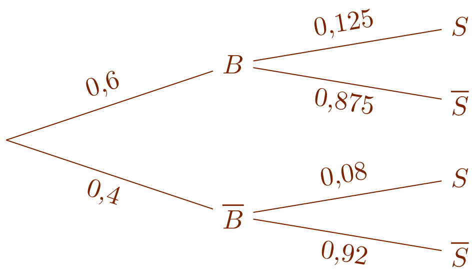
   $u_6 \approx 106{,}29$ et $u_7 \approx 95{,}66$.

   Elle devra attendre 7 semaines.

III Exercice. 5 points

1. $\mathbb{P}_B(S)$ désigne la probabilité qu'un enfant soit en surpoids sachant qu'il boit une boisson sucrée ou plus par jour.
   Or d'après l'énoncé parmi les enfants buvant une boisson sucrée ou plus par jour, un enfant sur 8 est en situation de surpoids donc

   $$\mathbb{P}_B(S) = \frac{1}{8}.$$



2.

3. Calculons $\mathbb{P}(B \cap S)$.

   $\mathbb{P}(B) > 0$ donc, d'après la formule des probabilités composées :

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(B \cap S) &= \mathbb{P}(B) \cdot \mathbb{P}_B(S)\\ &= 0{,}6 \times 0{,}125\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathbb{P}(B \cap S) = 0{,}075.}$$

4. Calculons $\mathbb{P}(S)$.

   $\{B,\overline{B}\}$ est un système complet d'événements, donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\mathbb{P}(S) = \mathbb{P}(S \cap B) + \mathbb{P}(S \cap \overline{B})$$

   D'après la formule des probabilités composées (car $\mathbb{P}(\overline{B}) > 0$)

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(B) \cdot \mathbb{P}_B(S) + \mathbb{P}(\overline{B}) \cdot \mathbb{P}_{\overline{B}}(S)\\ &= 0{,}6 \times 0{,}125 + 0{,}4 \times 0{,}08\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathbb{P}(S) = 0{,}107.}$$

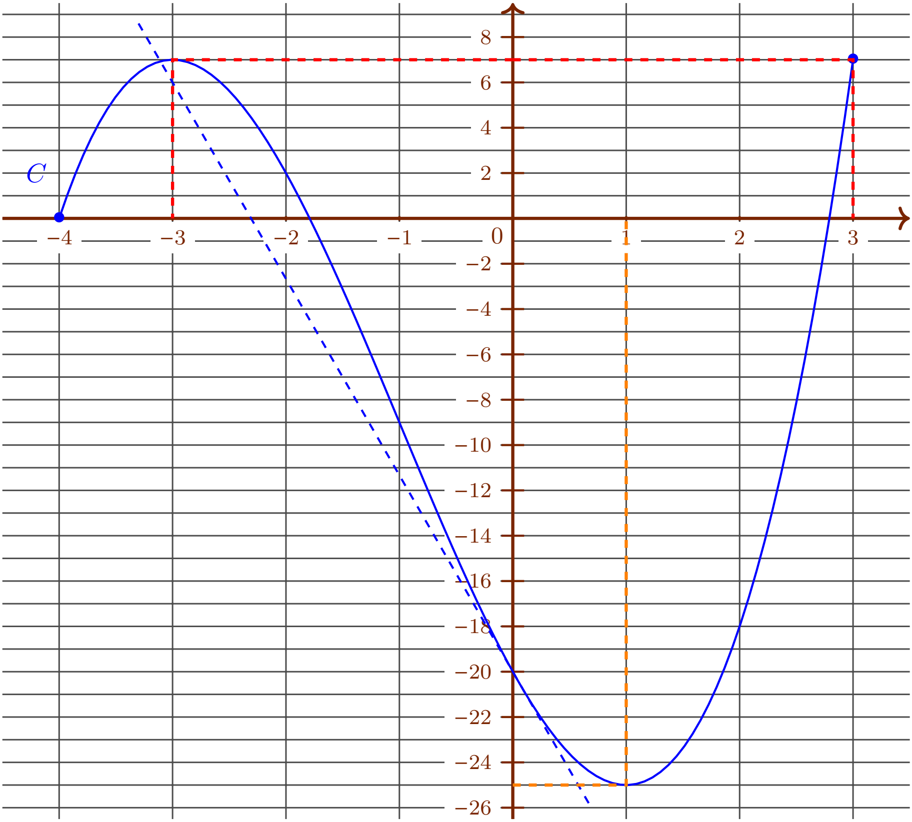
5. Calculons $\mathbb{P}_S(B)$.

$$\begin{aligned}\mathbb{P}_S(B) &= \frac{\mathbb{P}(S \cap B)}{\mathbb{P}(S)}\\ &= \frac{0{,}075}{0{,}107}\\ &= \frac{75}{107}\\ &\approx 0{,}7009345\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathbb{P}_S(B) \approx 0{,}7001.}$$

IV Exercice. 5 points

1.



f admet un maximum égale à 7 qui est atteint en -3 et en 3.
f admet un minimum égale à -25 qui est atteint en 1.

2. Déterminons f'.

f est une fonction polynomiale donc elle est dérivable sur $\mathbb{R}$ et

pour tout x réel : $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$.

3. Étudions le signe de f'.

* f' est un trinôme avec $a = 3$, $b = 6$ et $c = -9$.

* On vérifie aisément que les valeurs graphiquement correspondent effectivement à de racines de f' (théorème de Fermat) : $f'(-3) = 0$ et $f'(1) = 0$.
* Comme un trinôme est du signe de son coefficient dominant (ici $a > 0$) sauf entre les racines :

x	-4		-3		1		$+4$
f'		$+$	0	$-$	0	$+$	

4.

x	-4		-3		1		$+4$
f'		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	0	$\nearrow$	7	$\searrow$	-25	$\nearrow$	7

5. Déterminons l'équation réduite de T.

L'équation de la tangente est

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$
$$y = f'(0)(x - 0) + f(0)$$

$$\boxed{T : \ y = -9x - 20.}$$