

NOM : .....

PRÉNOM : .....

NUMÉRO PARCOURSUP : .....



# ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES SUJET B

Qui peut utiliser ce sujet de MATHÉMATIQUES B ?

- Profil Violet NON ✘
- Profil Jaune OUI ✔
- Profil Vert NON ✘

DURÉE : 1h30  
Coefficient 6

## CONSIGNES SPÉCIFIQUES

*Lisez attentivement les consignes afin de vous placer dans les meilleures conditions de réussite de cette épreuve.*

Aucun brouillon n'est distribué. Les pages blanches de ce sujet peuvent être utilisées à l'usage de brouillon.

**L'usage de la calculatrice ou de tout autre appareil électronique (connecté ou non) est interdit.**

Aucun document autre que ce sujet et sa grille réponse n'est autorisé.

Attention, il ne s'agit pas d'un examen mais bien d'un concours qui aboutit à un classement.

Si vous trouvez ce sujet "difficile", ne vous arrêtez pas en cours de composition, n'abandonnez pas, restez concentré(e).

Les autres candidats rencontrent probablement les mêmes difficultés que vous!

### **Barème :**

**Une seule réponse exacte par question.** Afin d'éliminer les stratégies de réponses au hasard, **chaque réponse exacte est gratifiée de trois points**, tandis que **chaque réponse fautive est pénalisée par le retrait d'un point. Une question non traitée n'apporte ni ne retire aucun point.**

SUITES NUMÉRIQUES

**Question n°1 :**

**On considère une suite  $(u_n)$  décroissante. On peut dire que, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , la suite  $(u_n)$  :**

- |                 |                            |
|-----------------|----------------------------|
| A. est positive | B. est négative            |
| C. est nulle    | D. On ne peut pas conclure |

**Question n°2 :**

**Soient  $(u_n)$  et  $(v_n)$  deux suites telles que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty$ .**

**Alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - v_n)$  est égale à :**

- |              |                            |
|--------------|----------------------------|
| A. 0         | B. $+\infty$               |
| C. $-\infty$ | D. On ne peut pas conclure |

**Question n°3 :**

**Soit  $(u_n)$  la suite définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par  $u_0 = 7$  et  $u_{n+1} - u_n = 0,3u_n$ . La suite  $(u_n)$  est :**

- |                                     |                                    |
|-------------------------------------|------------------------------------|
| A. arithmétique de raison $r = 0,3$ | B. géométrique de raison $q = 0,3$ |
| C. géométrique de raison $q = 1,3$  | D. ni arithmétique, ni géométrique |

**Question n°4 :**

**Soit  $(u_n)$  la suite définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par  $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ .**

**On peut dire que  $(u_n)$  est :**

- |                 |              |
|-----------------|--------------|
| A. croissante   | B. constante |
| C. décroissante | D. négative  |

**Question n°5 :**

**Soit  $(u_n)$  la suite définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par  $u_0 = 2$  et  $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + \frac{1}{7}$ . On admet que la suite  $(v_n)$  définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par  $v_n = u_n - \frac{3}{14}$  est géométrique de raison  $\frac{1}{3}$ .**

**Le terme général de la suite  $(u_n)$  est alors :**

- |  |   |
|--|---|
| A. $u_n = -\frac{1}{14} + \frac{25}{14} \left(\frac{1}{3}\right)^n$      | B. $u_n = \frac{1}{14} - \frac{25}{14} \left(\frac{1}{3}\right)^n$        |
| C. $u_n = \frac{1}{14} \left[ 25 \left(\frac{1}{3}\right)^n + 3 \right]$ | D. $u_n = -\frac{1}{14} \left[ 25 \left(\frac{1}{3}\right)^n + 3 \right]$ |

**Question n°6 :**

**On considère la somme  $S$  suivante :  $S = 1 + 0,2 + (0,2)^2 + \dots + (0,2)^8$ . La somme  $S$  peut encore s'écrire :**

- |                                   |                                   |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| A. $S = \frac{9(1 + (0,2)^8)}{2}$ | B. $S = \frac{4}{5}(1 - (0,2)^9)$ |
| C. $S = \frac{1 - (0,2)^9}{0,2}$  | D. $S = \frac{4}{5}(1 + (0,2)^9)$ |

**Question n°7 :**

**On considère la somme des  $n$  premiers termes notée  $S_n$  et définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  avec  $n > 1$  par**

$$S_n = 1 + \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \dots + \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}.$$

**$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$  est égale à :**

- |      |              |                  |      |
|------|--------------|------------------|------|
| A. 0 | B. $+\infty$ | C. $\frac{2}{3}$ | D. 3 |
|------|--------------|------------------|------|



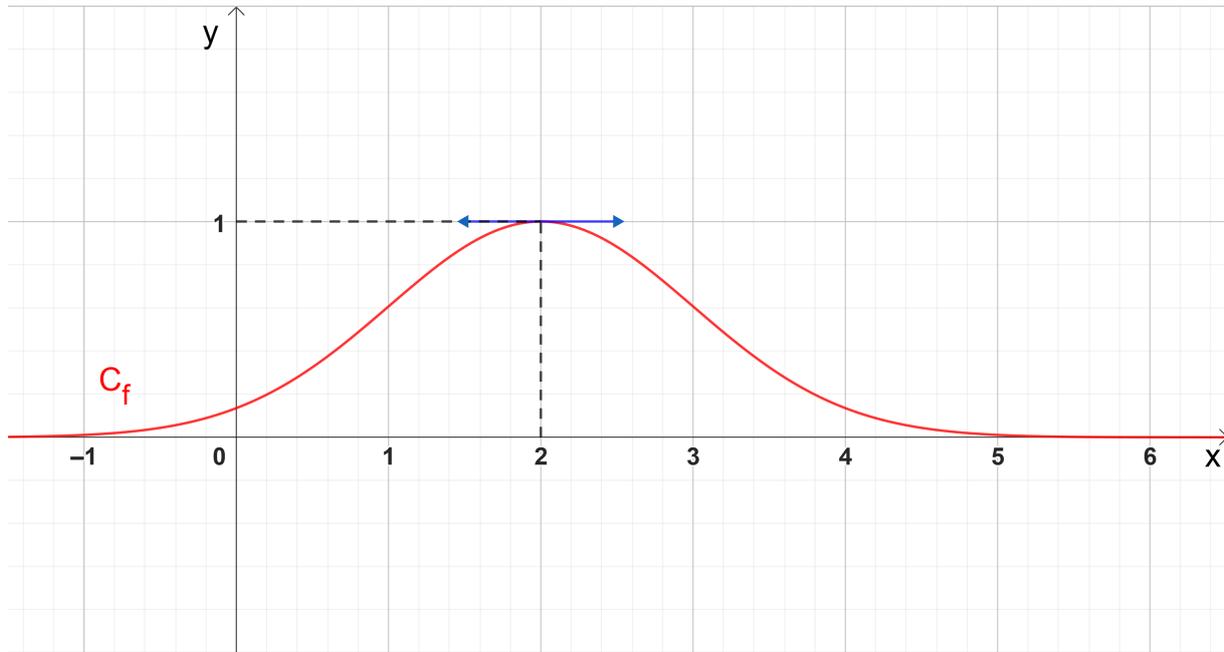
**Question n°15 :**

L'équation  $(x + 4)^2 = (x + 3)^2$  :

- A. admet deux solutions  
 B. n'admet aucune solution  
 C. admet une solution positive  
 D. admet une solution négative

**Question n°16 :**

La courbe ci-dessous représente une fonction  $f$  dérivable sur  $\mathbb{R}$ .



Que vaut  $f'(2)$  ?

- A. 6  
 B. 2  
 C. 1  
 D. 0

**Question n°17 :**

L'équation  $3x^4 + 5x^2 - 288 = 0$  admet pour ensemble de solutions :

- A.  $S = \left\{ \frac{-1}{3}; \frac{1}{3} \right\}$   
 B.  $S = \{-3; 3\}$   
 C.  $S = \emptyset$   
 D.  $S = \{0; 3\}$

Pour les questions n°18 et n°19, on considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \exp(|x|)$ .

**Question n°18 :**

Cette fonction est définie sur :

- A.  $] -\infty; 0[ \cup ] 0; +\infty[$   
 B.  $] 0; +\infty[$   
 C.  $\mathbb{R}$   
 D.  $] -\infty; 0[$

**Question n°19 :**

Cette fonction est :

- A. strictement négative sur  $\mathbb{R}$   
 B. impaire  
 C. strictement croissante sur  $\mathbb{R}$   
 D. paire

**Question n°20 :**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = ax + b \ln(x)$  où  $a$  et  $b$  sont des constantes. On sait que  $f(e) = 0$  et  $f'(1) = 1$ .

Laquelle de ces affirmations est alors correcte ? :

- A.  $f(x) = \left(\frac{x}{1-e}\right) - \left(\frac{e}{1-e}\right) \ln(x)$                       B.  $f'(x) = e + 1 - \frac{e}{x}$   
 C.  $f'(x) = \left(\frac{e}{e-1}\right) - \left(\frac{1}{e-1}\right) \cdot \left(\frac{1}{x}\right)$                       D.  $f(x) = x + e \ln(x)$

**Question n°21 :**

L'inéquation  $\ln|x-1| \geq 1$  admet pour ensemble de solutions :

- A.  $S = [(1+e); +\infty[$                       B.  $S = [2; +\infty[$   
 C.  $S = ]-\infty; (1-e)[ \cup [2; +\infty[$                       D.  $S = ]-\infty; (1-e)[ \cup ](1+e); +\infty[$

Pour les questions n°22 et n°23, on considère la fonction  $f$  définie sur  $]4; +\infty[$  par  $f(x) = -2x + 1 - \frac{8}{x-4}$ .

**Question n°22 :**

Cette fonction peut encore s'écrire sous la forme :

- A.  $f(x) = -2x + 1 - \frac{2}{x-1}$                       B.  $f(x) = \frac{2x^2 - 9x + 12}{4-x}$   
 C.  $f(x) = \frac{2x^2 + 9x - 2}{4-x}$                       D.  $f(x) = \frac{-2x^2 + 9x - 12}{4-x}$

**Question n°23 :**

Cette fonction a pour dérivée :

- A.  $f'(x) = -2 - \frac{8}{(x-4)^2}$                       B.  $f'(x) = \frac{(2-x)(x-6)}{(x-4)^2}$   
 C.  $f'(x) = \frac{-2x^2 + 16x - 24}{(x-4)^2}$                       D.  $f'(x) = \frac{-2x^2 + 16x - 40}{(x-4)^2}$

**Question n°24 :**

L'inéquation  $x^2 + x - 6 \geq 0$  admet pour ensemble de solutions :

- A.  $S = ]-\infty; -3[ \cup [2; +\infty[$                       B.  $S = \emptyset$   
 C.  $S = [-3; 2]$                       D.  $S = ]-\infty; -3[ \cup ]-2; +\infty[$

**GÉOMÉTRIE DANS LE PLAN ET TRIGONOMÉTRIE**

**Question n°25 :**

Dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on donne  $A(6;2)$  et  $B(-2;8)$ .

Une équation du cercle de diamètre  $[AB]$  est :

- A.  $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 10$                       B.  $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 5$   
 C.  $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 25$                       D.  $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 100$

**Question n°26 :**

Soient  $A, B$  et  $C$  trois points du plan  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  de coordonnées  $A(2;0)$ ,  $B(4;3)$  et  $C(5;6)$ .

La combinaison linéaire  $\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$  est égale à :

- A.  $\begin{pmatrix} 5 \\ 9 \end{pmatrix}$                       B.  $\begin{pmatrix} -4 \\ -9 \end{pmatrix}$                       C.  $\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$                       D.  $\begin{pmatrix} 8 \\ 15 \end{pmatrix}$



**Question n°33 :**

On considère l'expression suivante :  $\cos(a) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$  avec  $0 < a < \pi$ .

La valeur de  $a$  est égale à :

- |                       |                     |
|-----------------------|---------------------|
| A. $\frac{11\pi}{12}$ | B. $\frac{\pi}{6}$  |
| C. $\frac{11\pi}{6}$  | D. $\frac{\pi}{12}$ |

**Question n°34 :**

Dans un repère normé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on considère les vecteurs  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$  tels que :  $(\vec{i}, \vec{j}) = \frac{\pi}{3}$  ;  $(\vec{v}, \vec{w}) = \frac{-\pi}{2}$  ;  $\|\vec{v}\| = 3$  ;  $\|\vec{w}\| = 4$

$\|\vec{v} + \vec{w}\|$  est égal à :

- |       |       |
|-------|-------|
| A. 7  | B. 5  |
| C. 25 | D. 49 |

**Question n°35 :**

Dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on donne  $A(-3; 2)$  et  $B(5; -4)$ .

Une équation de la médiatrice du segment  $[AB]$  est :

- |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|
| A. $4x - 3y - 7 = 0$  | B. $4x - 3y - 25 = 0$ |
| C. $8x - 6y - 21 = 0$ | D. $4y - 3x - 7 = 0$  |

PRIMITIVES ET ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

**Question n°36 :**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $]1; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{2}{(1-x)^2}$ .

Une primitive de  $f$  notée  $F$  est :

- |                                |                               |
|--------------------------------|-------------------------------|
| A. $F(x) = \frac{2}{1-x}$      | B. $F(x) = \frac{2}{x-1}$     |
| C. $F(x) = -\frac{2}{(1-x)^3}$ | D. $F(x) = \frac{2}{(1-x)^2}$ |

**Question n°37 :**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (1-5x)^4$ .

Une primitive de  $f$  notée  $F$  est :

- |                                     |                                      |
|-------------------------------------|--------------------------------------|
| A. $F(x) = \frac{1}{25}(1-5x)^5$    | B. $F(x) = -\frac{1}{25}(1-5x)^5$    |
| C. $F(x) = \frac{1}{25}(1-5x)^{-5}$ | D. $F(x) = -\frac{1}{25}(1-5x)^{-5}$ |

**Question n°38 :**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $] -\infty; \frac{3}{2}[$  par  $f(x) = \frac{4}{\sqrt{3-2x}}$ .

Une primitive de  $f$  notée  $F$  est :

- |                           |                          |
|---------------------------|--------------------------|
| A. $F(x) = 4\sqrt{3-2x}$  | B. $F(x) = -\sqrt{3-2x}$ |
| C. $F(x) = -4\sqrt{3-2x}$ | D. $F(x) = \sqrt{3-2x}$  |

**Question n°39 :**

La primitive notée  $F$  sur  $]0; +\infty[$  de la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{\sqrt{x}}$ , qui prend la valeur 0 en 1, s'écrit :

A.  $F(x) = -\frac{1}{2x^2} - 2\sqrt{x} + 3$

B.  $F(x) = -\frac{1}{2x^2} - 2\sqrt{x} + \frac{5}{2}$

C.  $F(x) = \frac{1}{x^2} - 2\sqrt{x} + 1$

D.  $F(x) = \frac{1}{x^2} - 2\sqrt{x} + 2$

**Question n°40 :**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^3 \cdot e^{2x}$ .

Une primitive notée  $F$  de  $f$  notée  $F$  sur  $\mathbb{R}$  telle que  $F(x) = P(x) \cdot e^{2x}$ ,  $P$  étant un polynôme de degré 3 c'est-à-dire de la forme  $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , est :

A.  $F(x) = (2x^3 + 3x^2) \cdot e^{2x}$

B.  $F(x) = \left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x\right) \cdot e^{2x}$

C.  $F(x) = \left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{3}{8}\right) \cdot e^{2x}$

D.  $F(x) = \left(\frac{1}{2}x^3\right) \cdot e^{2x}$

**Question n°41 :**

On considère l'équation différentielle d'ordre 1 :  $y' = -5y$ .

Les solutions sur  $\mathbb{R}$  de cette équation différentielle sont les fonctions de la forme :

A.  $x \mapsto (K \cdot e^{-5x})$

B.  $x \mapsto (e^{-5x} + K)$

où  $K$  est une constante réelle

où  $K$  est une constante réelle

C.  $x \mapsto (K \cdot e^{5x})$

D.  $x \mapsto (e^{5x} + K)$

où  $K$  est une constante réelle

où  $K$  est une constante réelle

**Question n°42 :**

On considère l'équation différentielle d'ordre 1  $y' + 2y = 0$  avec la condition initiale  $y(1) = 2$ . La solution sur  $\mathbb{R}$  de cette équation différentielle est de la forme :

A.  $x \mapsto 2e^{2(x-1)}$

B.  $x \mapsto 2e^{-2x}$

C.  $x \mapsto 2e^{2(1-x)}$

D.  $x \mapsto 2e^{2x}$

**Question n°43 :**

La fonction  $f(x) = \cos(x)$  vérifie l'équation différentielle :

A.  $y' + \cos(x) = 0$

B.  $y' - \sin(x) = 0$

C.  $y' - \cos(x) = 0$

D.  $y' + \sin(x) = 0$

CALCUL INTÉGRAL

**Question n°44 :**

Soit  $f$  une fonction continue et positive sur  $\left[-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right]$ . Si  $C_f$  est la courbe représentative de  $f$  dans un

repère orthonormal, alors  $\int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} f(x) dx$  représente :

A. la valeur moyenne de  $f$  sur  $\left[-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right]$

B. l'aire du domaine sous la courbe  $C_f$ , délimitée par l'axe des abscisses et des équations  $x = -\frac{3}{2}$  et  $x = \frac{3}{2}$

C. égale à  $f\left(\frac{3}{2}\right) - f\left(-\frac{3}{2}\right)$

D. égale à  $f\left(\frac{-3}{2}\right) - x - f\left(\frac{3}{2}\right)$





**Question n°58 :**

Lorsque le nombre prend la valeur 5, on remarque que :

- A. Toutes les lignes sont exécutées  
 B. Seules les lignes 4 et 5 sont exécutées  
 C. Seules les lignes 1, 2, 4 et 5 sont exécutées  
 D. Les lignes 4 à 9 ne sont pas exécutées

**Question n°59 :**

La ligne 4 correspond à l'utilisation :

- A. d'une boucle bornée  
 B. d'une boucle non bornée  
 C. d'une affectation  
 D. d'un test conditionnel

Pour la question n°60, on considère l'algorithme suivant :

---

**Programme Python**

---

```
def fonction (n)
    U_n=-3
    i=0
    while i<n:
        i=i+1
        u_n=(2**i)*exp(U_n)
    return U_n
```

---

**Question n°60 :**

$U_{n+1}$  est égale à :

- A.  $2(n+1) \cdot e^{U_n}$   
 B.  $(2n+2)e^{U_n}$   
 C.  $2^{(n+1)} \cdot e^{U_n}$   
 D.  $2^{(n+1)}e^{U_n}$

... FIN ...

**Ce sujet est la propriété intellectuelle exclusive du Concours Avenir. Il ne doit en aucun cas être emporté par les candidats à la fin de l'épreuve. Il doit être rendu à l'équipe surveillante en même temps que sa grille réponse associée.**