

NOM :

PRÉNOM :

NUMÉRO PARCOURSUP :



ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES SUJET B

Qui peut utiliser ce sujet de MATHÉMATIQUES B ?

- Profil Violet NON ✗
- Profil Jaune OUI ✓
- Profil Vert NON ✗

DURÉE : 1h30
Coefficient 6

CONSIGNES SPÉCIFIQUES

Lisez attentivement les consignes afin de vous placer dans les meilleures conditions de réussite de cette épreuve.

Aucun brouillon n'est distribué. Les pages blanches de ce sujet peuvent être utilisées à l'usage de brouillon.

L'usage de la calculatrice ou de tout autre appareil électronique (connecté ou non) est interdit.

Aucun document autre que ce sujet et sa grille réponse n'est autorisé.

Attention, il ne s'agit pas d'un examen mais bien d'un concours qui aboutit à un classement.

Si vous trouvez ce sujet "difficile", ne vous arrêtez pas en cours de composition, n'abandonnez pas, restez concentré(e).

Les autres candidats rencontrent probablement les mêmes difficultés que vous!

Barème :

Une seule réponse exacte par question. Afin d'éliminer les stratégies de réponses au hasard, **chaque réponse exacte est gratifiée de trois points**, tandis que **chaque réponse fautive est pénalisée par le retrait d'un point. Une question non traitée n'apporte ni ne retire aucun point.**

SUITES NUMÉRIQUES

Question n°1 :

On considère une suite (u_n) décroissante. On peut dire que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, la suite (u_n) :

- A. est positive
 B. est négative
 C. est nulle
 D. On ne peut pas conclure

Question n°2 :

Soient (u_n) et (v_n) deux suites telles que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty$.

Alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - v_n)$ est égale à :

- A. 0
 B. $+\infty$
 C. $-\infty$
 D. On ne peut pas conclure

Question n°3 :

Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_0 = 7$ et $u_{n+1} - u_n = 0,3u_n$. La suite (u_n) est :

- A. arithmétique de raison $r = 0,3$
 B. géométrique de raison $q = 0,3$
 C. géométrique de raison $q = 1,3$
 D. ni arithmétique, ni géométrique

Question n°4 :

Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$.

On peut dire que (u_n) est :

- A. croissante
 B. constante
 C. décroissante
 D. négative

Question n°5 :

Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + \frac{1}{7}$. On admet que la suite (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = u_n - \frac{3}{14}$ est géométrique de raison $\frac{1}{3}$.

Le terme général de la suite (u_n) est alors :

- A. $u_n = -\frac{1}{14} + \frac{25}{14} \left(\frac{1}{3}\right)^n$
 B. $u_n = \frac{1}{14} - \frac{25}{14} \left(\frac{1}{3}\right)^n$
 C. $u_n = \frac{1}{14} \left[25 \left(\frac{1}{3}\right)^n + 3 \right]$
 D. $u_n = -\frac{1}{14} \left[25 \left(\frac{1}{3}\right)^n + 3 \right]$

Question n°6 :

On considère la somme S suivante : $S = 1 + 0,2 + (0,2)^2 + \dots + (0,2)^8$. La somme S peut encore s'écrire :

- A. $S = \frac{9(1 + (0,2)^8)}{2}$
 B. $S = \frac{4}{5}(1 - (0,2)^9)$
 C. $S = \frac{1 - (0,2)^9}{0,2}$
 D. $S = \frac{4}{5}(1 + (0,2)^9)$

Question n°7 :

On considère la somme des n premiers termes notée S_n et définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ avec $n > 1$ par

$$S_n = 1 + \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \dots + \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}.$$

$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ est égale à :

- A. 0
 B. $+\infty$
 C. $\frac{2}{3}$
 D. 3

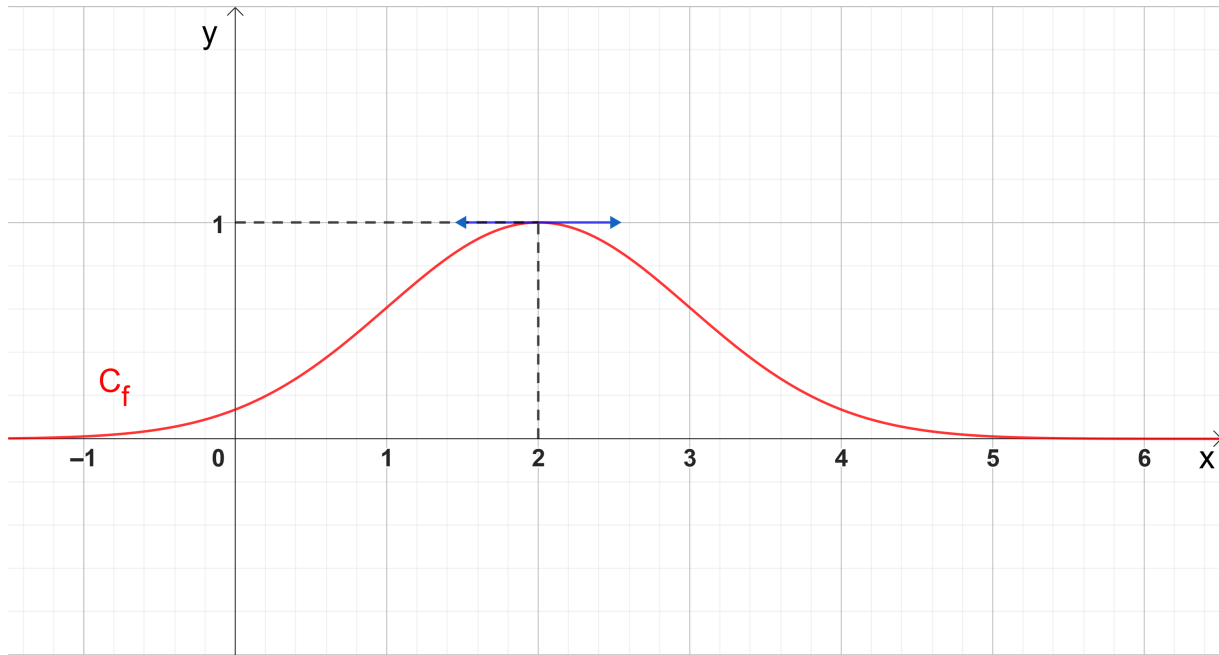
Question n°15 :

L'équation $(x + 4)^2 = (x + 3)^2$:

- A. admet deux solutions
 B. n'admet aucune solution
 C. admet une solution positive
 D. admet une solution négative

Question n°16 :

La courbe ci-dessous représente une fonction f dérivable sur \mathbb{R} .



Que vaut $f'(2)$?

- A. 6
 B. 2
 C. 1
 D. 0

Question n°17 :

L'équation $3x^4 + 5x^2 - 288 = 0$ admet pour ensemble de solutions :

- A. $S = \left\{ \frac{-1}{3}; \frac{1}{3} \right\}$
 B. $S = \{-3; 3\}$
 C. $S = \emptyset$
 D. $S = \{0; 3\}$

Pour les questions n°18 et n°19, on considère la fonction f définie par $f(x) = \exp(|x|)$.

Question n°18 :

Cette fonction est définie sur :

- A. $] -\infty; 0[\cup] 0; +\infty[$
 B. $] 0; +\infty[$
 C. \mathbb{R}
 D. $] -\infty; 0[$

Question n°19 :

Cette fonction est :

- A. strictement négative sur \mathbb{R}
 B. impaire
 C. strictement croissante sur \mathbb{R}
 D. paire

Question n°20 :

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = ax + b \ln(x)$ où a et b sont des constantes. On sait que $f(e) = 0$ et $f'(1) = 1$.

Laquelle de ces affirmations est alors correcte ? :

- | | |
|---|----------------------------------|
| A. $f(x) = \left(\frac{x}{1-e}\right) - \left(\frac{e}{1-e}\right) \ln(x)$ | B. $f'(x) = e + 1 - \frac{e}{x}$ |
| C. $f'(x) = \left(\frac{e}{e-1}\right) - \left(\frac{1}{e-1}\right) \cdot \left(\frac{1}{x}\right)$ | D. $f(x) = x + e \ln(x)$ |

Question n°21 :

L'inéquation $\ln|x-1| \geq 1$ admet pour ensemble de solutions :

- | | |
|---|---|
| A. $S = [(1+e); +\infty[$ | B. $S = [2; +\infty[$ |
| C. $S =]-\infty; (1-e)[\cup [2; +\infty[$ | D. $S =]-\infty; (1-e)[\cup](1+e); +\infty[$ |

Pour les questions n°22 et n°23, on considère la fonction f définie sur $]4; +\infty[$ par $f(x) = -2x + 1 - \frac{8}{x-4}$.

Question n°22 :

Cette fonction peut encore s'écrire sous la forme :

- | | |
|---------------------------------------|---|
| A. $f(x) = -2x + 1 - \frac{2}{x-1}$ | B. $f(x) = \frac{2x^2 - 9x + 12}{4-x}$ |
| C. $f(x) = \frac{2x^2 + 9x - 2}{4-x}$ | D. $f(x) = \frac{-2x^2 + 9x - 12}{4-x}$ |

Question n°23 :

Cette fonction a pour dérivée :

- | | |
|---|---|
| A. $f'(x) = -2 - \frac{8}{(x-4)^2}$ | B. $f'(x) = \frac{(2-x)(x-6)}{(x-4)^2}$ |
| C. $f'(x) = \frac{-2x^2 + 16x - 24}{(x-4)^2}$ | D. $f'(x) = \frac{-2x^2 + 16x - 40}{(x-4)^2}$ |

Question n°24 :

L'inéquation $x^2 + x - 6 \geq 0$ admet pour ensemble de solutions :

- | | |
|--|---|
| A. $S =]-\infty; -3[\cup [2; +\infty[$ | B. $S = \emptyset$ |
| C. $S = [-3; 2]$ | D. $S =]-\infty; -3[\cup]-2; +\infty[$ |

GÉOMÉTRIE DANS LE PLAN ET TRIGONOMETRIE

Question n°25 :

Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on donne $A(6;2)$ et $B(-2;8)$.

Une équation du cercle de diamètre $[AB]$ est :

- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| A. $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 10$ | B. $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 5$ |
| C. $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 25$ | D. $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 100$ |

Question n°26 :

Soient A, B et C trois points du plan (O, \vec{i}, \vec{j}) de coordonnées $A(2;0)$, $B(4;3)$ et $C(5;6)$.

La combinaison linéaire $\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$ est égale à :

- | | | | |
|---|---|---|--|
| A. $\begin{pmatrix} 5 \\ 9 \end{pmatrix}$ | B. $\begin{pmatrix} -4 \\ -9 \end{pmatrix}$ | C. $\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$ | D. $\begin{pmatrix} 8 \\ 15 \end{pmatrix}$ |
|---|---|---|--|

Question n°27 :

La droite passant par le point $A(3; -1)$ et de vecteur normal $\vec{n} \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$ a pour équation :

- A. $3x - 4y - 13 = 0$ B. $4x + 3y - 11 = 0$
 C. $-3x + 4y - 13 = 0$ D. $-4x - 3y - 9 = 0$

Question n°28 :

Le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal à la droite d'équation :

- A. $4x + 8y = 0$ B. $y - \frac{x}{2} + 7 = 0$
 C. $-2x - 4y + 5 = 0$ D. $-y - \frac{x}{2} + 6 = 0$

Question n°29 :

On considère deux points A et B distincts. Si $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ alors on peut dire que :

- A. $C = D$ B. $\overrightarrow{AB} = \vec{0}$
 C. \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont orthogonaux D. \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont colinéaires

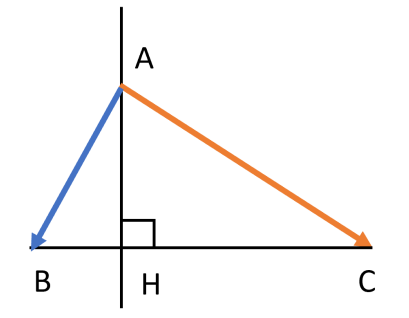
Question n°30 :

Si $(\vec{u})^2 = (\vec{v})^2$ alors on peut écrire que :

- A. $\vec{u} = \vec{v}$ B. $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$
 C. $\vec{u} = \vec{v}$ ou $\vec{u} = -\vec{v}$ D. $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$ ou $\|\vec{u}\| = -\|\vec{v}\|$

Question n°31 :

On considère la figure ci-dessous :



Le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ est égal à :

- A. $AH^2 + (HB \times HC)$ B. $AH^2 + \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{HC}$
 C. $AH^2 + (AB \times AC)$ D. $AH^2 - \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{HC}$

Question n°32

$\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ est égal à :

- A. 0 B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ C. $\frac{2}{\sqrt{2}}$ D. 1

Question n°33 :

On considère l'expression suivante : $\cos(a) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$ avec $0 < a < \pi$.

La valeur de a est égale à :

- | | |
|-----------------------|---------------------|
| A. $\frac{11\pi}{12}$ | B. $\frac{\pi}{6}$ |
| C. $\frac{11\pi}{6}$ | D. $\frac{\pi}{12}$ |

Question n°34 :

Dans un repère normé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les vecteurs \vec{v} et \vec{w} tels que : $(\vec{i}, \vec{j}) = \frac{\pi}{3}$; $(\vec{v}, \vec{w}) = \frac{-\pi}{2}$; $\|\vec{v}\| = 3$; $\|\vec{w}\| = 4$

$\|\vec{v} + \vec{w}\|$ est égal à :

- | | |
|-------|-------|
| A. 7 | B. 5 |
| C. 25 | D. 49 |

Question n°35 :

Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on donne $A(-3; 2)$ et $B(5; -4)$.

Une équation de la médiatrice du segment $[AB]$ est :

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| A. $4x - 3y - 7 = 0$ | B. $4x - 3y - 25 = 0$ |
| C. $8x - 6y - 21 = 0$ | D. $4y - 3x - 7 = 0$ |

PRIMITIVES ET ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

Question n°36 :

On considère la fonction f définie sur $]1; +\infty[$ par $f(x) = \frac{2}{(1-x)^2}$.

Une primitive de f notée F est :

- | | |
|--------------------------------|-------------------------------|
| A. $F(x) = \frac{2}{1-x}$ | B. $F(x) = \frac{2}{x-1}$ |
| C. $F(x) = -\frac{2}{(1-x)^3}$ | D. $F(x) = \frac{2}{(1-x)^2}$ |

Question n°37 :

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (1-5x)^4$.

Une primitive de f notée F est :

- | | |
|-------------------------------------|--------------------------------------|
| A. $F(x) = \frac{1}{25}(1-5x)^5$ | B. $F(x) = -\frac{1}{25}(1-5x)^5$ |
| C. $F(x) = \frac{1}{25}(1-5x)^{-5}$ | D. $F(x) = -\frac{1}{25}(1-5x)^{-5}$ |

Question n°38 :

On considère la fonction f définie sur $] -\infty; \frac{3}{2}[$ par $f(x) = \frac{4}{\sqrt{3-2x}}$.

Une primitive de f notée F est :

- | | |
|---------------------------|--------------------------|
| A. $F(x) = 4\sqrt{3-2x}$ | B. $F(x) = -\sqrt{3-2x}$ |
| C. $F(x) = -4\sqrt{3-2x}$ | D. $F(x) = \sqrt{3-2x}$ |

Question n°39 :

La primitive notée F sur $]0; +\infty[$ de la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{\sqrt{x}}$, qui prend la valeur 0 en 1, s'écrit :

A. $F(x) = -\frac{1}{2x^2} - 2\sqrt{x} + 3$

B. $F(x) = -\frac{1}{2x^2} - 2\sqrt{x} + \frac{5}{2}$

C. $F(x) = \frac{1}{x^2} - 2\sqrt{x} + 1$

D. $F(x) = \frac{1}{x^2} - 2\sqrt{x} + 2$

Question n°40 :

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 \cdot e^{2x}$.

Une primitive notée F de f notée F sur \mathbb{R} telle que $F(x) = P(x) \cdot e^{2x}$, P étant un polynôme de degré 3 c'est-à-dire de la forme $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, est :

A. $F(x) = (2x^3 + 3x^2) \cdot e^{2x}$

B. $F(x) = \left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x\right) \cdot e^{2x}$

C. $F(x) = \left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{3}{8}\right) \cdot e^{2x}$

D. $F(x) = \left(\frac{1}{2}x^3\right) \cdot e^{2x}$

Question n°41 :

On considère l'équation différentielle d'ordre 1 : $y' = -5y$.

Les solutions sur \mathbb{R} de cette équation différentielle sont les fonctions de la forme :

A. $x \mapsto (K \cdot e^{-5x})$

B. $x \mapsto (e^{-5x} + K)$

où K est une constante réelle

où K est une constante réelle

C. $x \mapsto (K \cdot e^{5x})$

D. $x \mapsto (e^{5x} + K)$

où K est une constante réelle

où K est une constante réelle

Question n°42 :

On considère l'équation différentielle d'ordre 1 $y' + 2y = 0$ avec la condition initiale $y(1) = 2$. La solution sur \mathbb{R} de cette équation différentielle est de la forme :

A. $x \mapsto 2e^{2(x-1)}$

B. $x \mapsto 2e^{-2x}$

C. $x \mapsto 2e^{2(1-x)}$

D. $x \mapsto 2e^{2x}$

Question n°43 :

La fonction $f(x) = \cos(x)$ vérifie l'équation différentielle :

A. $y' + \cos(x) = 0$

B. $y' - \sin(x) = 0$

C. $y' - \cos(x) = 0$

D. $y' + \sin(x) = 0$

CALCUL INTÉGRAL

Question n°44 :

Soit f une fonction continue et positive sur $\left[-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right]$. Si C_f est la courbe représentative de f dans un

repère orthonormal, alors $\int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} f(x) dx$ représente :

A. la valeur moyenne de f sur $\left[-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right]$

B. l'aire du domaine sous la courbe C_f , délimitée par l'axe des abscisses et des équations $x = -\frac{3}{2}$

et $x = \frac{3}{2}$

C. égale à $f\left(\frac{3}{2}\right) - f\left(-\frac{3}{2}\right)$

D. égale à $f\left(-\frac{3}{2}\right) - x - f\left(\frac{3}{2}\right)$

Question n°45 :

Soit f une fonction définie sur $[0;5]$ par $f(x) = 9x - 15 - e^{(2-0.2x)}$. La valeur moyenne exacte de f sur $[0;5]$ notée μ est égale à :

- A. $\frac{15}{2} + e - e^2$
- B. $\frac{15}{2} - e - e^2$
- C. $5\left(\frac{15}{2} + e - e^2\right)$
- D. $e^2 - \frac{15}{2} - e$

Question n°46 :

Si $\int_2^5 f(x) dx = \ln(16)$ et $\int_2^5 g(x) dx = \ln(4)$ alors $\int_2^5 (8f(x) - 4g(x)) dx$ est égal à :

- A. $4\ln(12)$
- B. $20\ln(4)$
- C. $3\ln(2)$
- D. $24\ln(2)$

Question n°47 :

Combien vaut l'intégrale $\int_{-1}^1 |t| dt$?

- A. 0
- B. $\frac{1}{2}$
- C. 1
- D. 2

Question n°48 :

Combien vaut l'intégrale $\int_0^1 (2x + 3e^x) dx$?

- A. $(3e - 2)$
- B. $(2 - 3e)$
- C. 0
- D. $(2 + 3e)$

Question n°49 :

Laquelle de ces affirmations est correcte ?

- A. $\int_{-3}^3 (e^{t^2}) dt = 2 \int_0^3 (e^{t^2}) dt$
- B. $\int_{-3}^3 (e^t) dt = 0$
- C. $\int_0^3 (e^{t^2}) dt = \left(\int_0^3 (e^t) dt\right)^2$
- D. $\int_0^1 (e^t) dt = e$

Question n°50 :

Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} . On sait que $0,1 \leq f(x) \leq 1$ et on considère $I = \int_{-1}^2 f(x) dx$.

On peut donc écrire que :

- A. $0,1 \leq I \leq 1$
- B. $0,1 \leq I \leq 3$
- C. $-0,1 \leq I \leq 2$
- D. $0,3 \leq I \leq 3$

PROBABILITÉS ET STATISTIQUES

Pour les questions n°51 et n°52, on considère la loi de probabilité d'une variable aléatoire notée X suivante :

$X = x_i$	-2	-1	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	0,1	0,2	0,25			0,15

Question n°51 :

Sachant que $\mathbb{P}(X < 2) = 0,8$, quelle est la valeur de l'espérance de X ?

- A. 0,4
- B. 0,25
- C. 0,3
- D. 1

Question n°52 :

Quelle est la valeur de la variance de X notée $\mathbb{V}(X)$?

- A. $\sqrt{2,24}$
- B. 22,4
- C. 0,224
- D. $(22,4) \cdot 10^{-1}$

Question n°53 :

On considère deux événements A et B associés à une expérience aléatoire.

Si A et B sont deux événements indépendants et $\mathbb{P}(A) \neq 0$ alors on peut dire que :

- A. $A \cap B = \emptyset$
- B. $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) \cdot \mathbb{P}(B)$
- C. $\mathbb{P}_A(B) = \mathbb{P}(B)$
- D. $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B)$

Pour les questions n°54 et n°55, on considère deux événements notés A et B tels que $\mathbb{P}(A) = 0,4$; $\mathbb{P}(B) = 0,3$ et $\mathbb{P}(A \cap B) = 0,2$:

Question n°54 :

$\mathbb{P}(A \cap \bar{B})$ est égale à :

- A. 0,4
- B. 0,1
- C. 0,3
- D. 0,2

Question n°55 :

$\mathbb{P}_A(B)$ est égale à :

- A. $\frac{2}{3}$
- B. $\frac{3}{4}$
- C. $\frac{1}{2}$
- D. $\frac{3}{2}$

Question n°56 :

X est une variable aléatoire réelle qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 20$ (nombre total d'expériences) et $p = 0,4$ (probabilité de succès dans chaque expérience). Quelle affirmation est vraie ?

- A. $\mathbb{P}(X = 0) = 1 - (0,4)^{20}$
- B. $\mathbb{E}(X) = 0,02$
- C. $\mathbb{V}(X) = 20 \cdot (0,4)^{10} \cdot (1 - 0,4)^{10}$
- D. Si $Y = X - 8$, alors $\mathbb{E}(Y) = 8$

Question n°57 :

On considère S la série statistique (x_i, n_i) double représentée dans le tableau suivant :

x_i	30	40	50	60
n_i	7	5	8	1

La moyenne de cette série notée \bar{x} est égale à :

- A. $\frac{290}{7}$
- B. 870
- C. 180
- D. $\frac{60}{7}$

ALGORITHMIQUE ET PROGRAMMATION

Pour les questions n°58 et n°59, on considère l'algorithme suivant :

```

Programme Python
nombre=int(input('Entrez la valeur d'un nombre relatif '))
if nombre < 0:
    return("Le nombre est negatif")
elif nombre > 0:
    return("Le nombre est positif")
elif nombre == 0:
    return("Le nombre est nul")
else:
    return('Ce n'est pas un nombre entier relatif')
```

Question n°58 :

Lorsque le nombre prend la valeur 5, on remarque que :

- A. Toutes les lignes sont exécutées
 B. Seules les lignes 4 et 5 sont exécutées
 C. Seules les lignes 1, 2, 4 et 5 sont exécutées
 D. Les lignes 4 à 9 ne sont pas exécutées

Question n°59 :

La ligne 4 correspond à l'utilisation :

- A. d'une boucle bornée
 B. d'une boucle non bornée
 C. d'une affectation
 D. d'un test conditionnel

Pour la question n°60, on considère l'algorithme suivant :

Programme Python

```
def fonction (n)
    U_n=-3
    i=0
    while i<n:
        i=i+1
        u_n=(2**i)*exp(U_n)
    return U_n
```

Question n°60 :

U_{n+1} est égale à :

- A. $2(n+1) \cdot e^{U_n}$
 B. $(2n+2)e^{U_n}$
 C. $2^{(n+1)} \cdot e^{U_n}$
 D. $2^{(n+1)}e^{U_n}$

... FIN ...

Ce sujet est la propriété intellectuelle exclusive du Concours Avenir. Il ne doit en aucun cas être emporté par les candidats à la fin de l'épreuve. Il doit être rendu à l'équipe surveillante en même temps que sa grille réponse associée.