Nom : ....

Prénom : ....

Numéro Parcoursup : ....

ConcoursAvenir

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES A
(sujet zéro)

Durée : 1h30
Coefficient : 6

Qui peut utiliser ce sujet de **Mathématiques A** ?

- Profil Violet : **OUI** ✔
- Profil Jaune : **NON** ✗
- Profil Vert : **OUI** ✔

Consignes spécifiques :

Lisez attentivement les consignes afin de vous placer dans les meilleures conditions de réussite de cette épreuve.

Cette épreuve comporte volontairement plus d'exercices que vous ne pouvez en traiter dans le temps imparti. La raison en est que votre enseignant n'a pas forcément traité l'ensemble du programme de Terminale.

Vous devez répondre à 45 questions au choix parmi les 60 proposées pour obtenir la note maximale. Si vous traitez plus de 45 questions, seules les 45 premières répondues seront prises en compte.

Aucun brouillon n'est distribué. Les pages blanches de ce sujet peuvent être utilisées à l'usage de brouillon. **L'usage de la calculatrice ou de tout autre appareil électronique (connecté ou non) est interdit.**

Aucun document autre que ce sujet et sa grille réponse n'est autorisé. Attention, il ne s'agit pas d'un examen mais bien d'un concours qui aboutit à un classement.

Si vous trouvez ce sujet « difficile », ne vous arrêtez pas en cours de composition, n'abandonnez pas, restez concentré(e). Les autres candidats rencontrent probablement les mêmes difficultés que vous !

***Barème* : Pour chaque question, une seule réponse est correcte.** Afin d'éliminer les stratégies de réponses au hasard, **chaque réponse exacte est gratifiée de trois points, tandis que chaque réponse fausse est pénalisée par le retrait d'un point. Une question non traitée n'apporte et ne retire aucun point.**

Calculs numériques et suites numériques

Question 1.
Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{e^{-n}}{n+1}$, on peut alors affirmer que :

a. $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ **b.** $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ **c.** $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$ **d.** $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$

Question 2.
Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 5$ et $u_{n+1} = \dfrac{2}{e^{-u_n}+1}$, on peut alors affirmer que :

a. (u_n) est divergente
b. (u_n) est croissante
c. $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2$
d. (u_n) est décroissante

Question 3.
Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{1+u_n}$, et soit (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \dfrac{\pi}{u_n}$. On peut alors affirmer que la suite (v_n) est :

a. arithmétique **b.** bornée **c.** géométrique **d.** convergente

Question 4.
Soient les suites (u_n) et (v_n) définies pour tout entier naturel n par

$$u_n = \frac{n+1}{n+2} \quad \textbf{et} \quad v_n = \frac{u_n+6}{u_n-1}.$$

On peut alors affirmer que :

a. $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 1$ **b.** $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = -\infty$ **c.** $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$ **d.** $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = -6$

Question 5.
Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $\begin{cases} u_0 = 10 \\ u_{n+1} = \dfrac{3u_n}{5} + 2 \end{cases}$
On peut alors affirmer que :

a. (u_n) diverge
b. (u_n) est strictement croissante
c. $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 5$
d. $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = 10 \times 0,6^n + 2n$

Question 6.
On considère le programme en Python suivant qui prend en entrée deux entiers $a \geq b > 0$:

```python
def algorithme_mystère(a, b) :
    c = a%b
    while c != 0 :
        a = b
        b = c
        c = a%b
    return(b)
```

Si $a = 91$ et $b = 14$ en entrée, le programme ci-dessus renvoie :

a. 1 **b.** 6 **c.** 7 **d.** 14

Question 7.
La somme $\sum_{k=3}^{11} e^{2k} = e^6 + e^8 + \cdots + e^{22}$ **est égale à :**

a. $\dfrac{e^{24} - e^6}{e^2 - 1}$ **b.** $\dfrac{1 - e^{18}}{1 - e}$ **c.** $\dfrac{1 - e^{23}}{1 - e}$ **d.** $e^6 \times \dfrac{1 - (e^2)^8}{1 - e^2}$

Question 8.
Pour $n \geq 6$**, on considère la proposition** $\mathscr{P}(n)$ **:** $2^n \geq (n+2)^2$.

a. $\mathscr{P}(n)$ est initialisée et héréditaire
b. $\mathscr{P}(n)$ est initialisée mais pas héréditaire
c. $\mathscr{P}(n)$ n'est ni initialisée ni héréditaire
d. $\mathscr{P}(n)$ est héréditaire mais pas initialisée

Question 9.
La somme de tous les entiers naturels pairs entre 0 et 1000 inclus est égale à :

a. $2^{501} - 1$ **b.** $\dfrac{500 \times 501}{2}$ **c.** 501^2 **d.** 500×501

Question 10.
On considère le programme en Python suivant qui prend en entrée un entier naturel $N \geq 1$ **:**

```python
def algorithme_mystère(N) :
    u = 2
    S = 0
    for i in range(1,N+1):
        S = S + u
        u = 2*u + i + 1
    return(S)
```

Le programme ci-dessus renvoie :

a. la somme des N premiers termes de la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 2u_n + n + 1$
b. la somme des N premiers termes de la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 2u_n + n + 2$
c. la somme des $N + 1$ premiers termes de la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 2u_n + n + 1$
d. la somme des $N + 1$ premiers termes de la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 2u_n + n + 2$

Question 11.
Soit un entier naturel N**. On s'intéresse à la somme de tous les entiers entre 0 et** N**.**
Quelle est la plus petite valeur possible de N **pour que cette somme dépasse** 10π **?**

a. $N = 6$ **b.** $N = 7$ **c.** $N = 8$ **d.** $N = 9$

Question 12.
Soit la suite (u_n) **définie sur** $\mathbb{N}$ **par** $u_n = \dfrac{\pi^n \times \ln\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)}{e^{-n}}$**. On peut alors affirmer que :**

a. $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$
b. $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$
c. $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$
d. (u_n) n'a pas de limite

Étude de fonctions

Dans toute cette section, on considère les courbes représentatives de fonctions dans le plan muni d'un repère orthonormé.

Question 13.
Soit la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=x^3+6\ln(x)$. On peut alors affirmer que :

a. f est convexe sur $]0;+\infty[$
b. f est concave sur $]0;+\infty[$
c. f est concave sur $[1;+\infty[$
d. f est convexe sur $[1;+\infty[$

Question 14.
La courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ par $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x-2}$ admet une :

a. asymptote verticale d'équation $y=2$
b. asymptote verticale d'équation $x=2$
c. asymptote horizontale d'équation $y=2$
d. asymptote horizontale d'équation $x=2$

Question 15.
Laquelle de ces propositions est correcte ?

a. La tangente à la courbe représentative de la fonction $\exp$ au point d'abscisse 1 a pour équation réduite $y=x-1$
b. La tangente à la courbe représentative de la fonction $\ln$ au point d'abscisse e a pour équation réduite $y=x-1$
c. La tangente à la courbe représentative de la fonction $\exp$ au point d'abscisse 0 a pour équation réduite $y=x-1$
d. La tangente à la courbe représentative de la fonction $\ln$ au point d'abscisse 1 a pour équation réduite $y=x-1$

Question 16.
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2x^3-12x-7$. Son tableau de variations est :

a.

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	$8\sqrt{2}-7$	$\searrow$	$-8\sqrt{2}-7$	$\nearrow$	

b.

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	$-8\sqrt{2}-7$	$\nearrow$	$8\sqrt{2}-7$	$\searrow$	

c.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	-7	$\searrow$	

d.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	-7	$\nearrow$	

Question 17.
Soient deux fonctions f et g définies et convexes sur $\mathbb{R}$. On peut alors affirmer que :

a. si f est croissante alors $f\circ g$ est convexe
b. f et g sont paires
c. si f est positive alors $f\circ g$ est convexe
d. sans autres informations, on ne peut rien conclure

Question 18.
Soit la fonction f dérivable sur $]0;+\infty[$ définie par $f(x)=\dfrac{\ln(x)}{e^x}$.
L'équation réduite de la tangente au point d'abscisse 1 de sa courbe représentative est :

a. $y=\dfrac{1}{e}x-\dfrac{1}{e}$
b. $y=\dfrac{1}{e}x$
c. $y=ex-e$
d. $y=x-1$

Question 19.
Soit une fonction f vérifiant $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ et $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$.

La fonction f peut être définie par :

a. $f(x) = \dfrac{1 + \ln(x)}{x}$ **b.** $f(x) = \dfrac{e^{-x}}{\ln(x+1)}$

c. $f(x) = \ln\left(\dfrac{1}{x}\right)$ **d.** $f(x) = -\exp\left(\dfrac{1}{x}\right)$

Question 20.
Soit une fonction f définie et dérivable sur $[-5; 5]$.
On donne ci-dessous le tableau de variations de sa fonction dérivée f' :

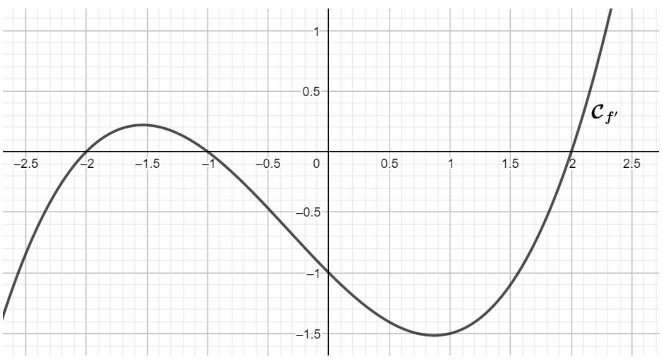
x	-5	-2	0	5
$f'(x)$	-7 ↗	0 ↗	4 ↘	1

On peut alors affirmer que :

a. f est convexe sur $[-2; 5]$ **b.** f est concave sur $[-5; -2]$

c. f est convexe sur $[-5; 0]$ **d.** f est concave sur $[-2; 5]$

Question 21.
Soit une fonction f. On a représenté ci-dessous la courbe de sa fonction dérivée f'.



Courbe représentative de f'

On peut alors affirmer que :

a. f est convexe sur $[0; +\infty[$ **b.** f admet un minimum local en $x = -2$

c. f est convexe sur $[-2; -1]$ **d.** f admet un maximum local en $x = -2$

Question 22.

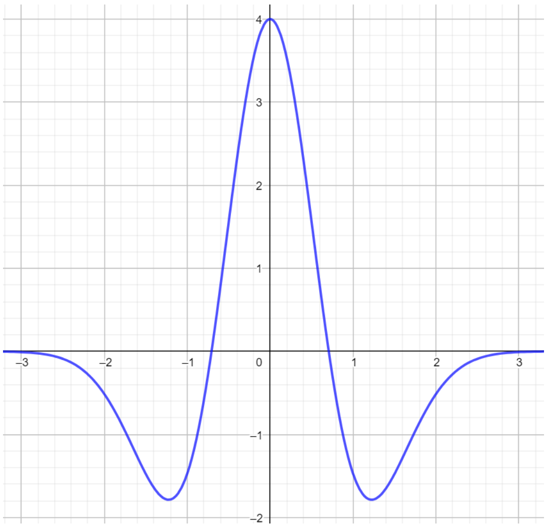
Soit la fonction f définie sur $]-\infty; 0[\cup]0; 1[$ par $f(x) = \dfrac{e^{-x}\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)}{\ln(1-x)}$.

On peut alors affirmer que :

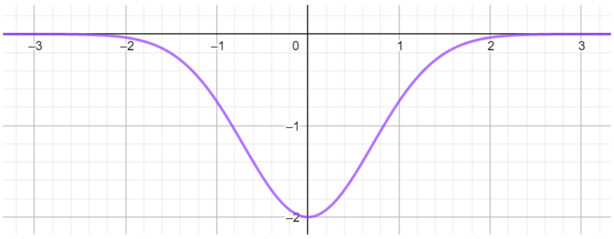
a. $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x < 1}} f(x) = -\infty$ **b.** $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x < 1}} f(x) = 0$

c. $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x < 1}} f(x) = +\infty$ **d.** $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x < 1}} f(x) = e^{-1}$

Question 23.
Soient deux fonctions, définies et deux fois dérivables sur $\mathbb{R}$, représentées ci-dessous.



Courbe représentative de f



Courbe représentative de g

Quelle affirmation pourrait être vraie ?

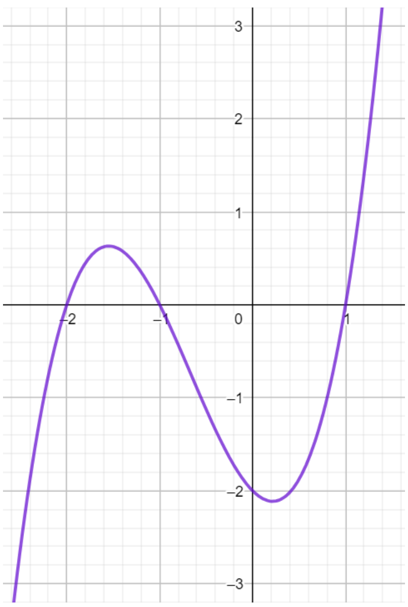
a. f est la dérivée de g

b. g est la dérivée de f

c. f est la dérivée seconde de g

d. g est la dérivée seconde de f

Question 24.
Soit une fonction f deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$. On a représenté ci-dessous la courbe de sa fonction dérivée seconde f''.



Courbe représentative de f''

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = f(x) - \dfrac{x^2}{2}$. On peut alors affirmer que :

a. g est convexe sur $[-2; -1]$

b. $\mathscr{C}_g$ admet 3 points d'inflexion

c. g est convexe sur $[-1; 1]$

d. g est concave sur $[-2; 1]$

Probabilités et dénombrement

Question 25.
On interroge des individus au hasard dans un club de sport et on s'intéresse à deux caractéristiques présentées dans le tableau d'effectifs ci-dessous.

	Moins de 18 ans	Entre 19 et 39 ans	40 ans ou plus
Amateur	140	70	10
Professionnel	70	30	40

La probabilité que la personne interrogée soit professionnelle sachant qu'elle a moins de 18 ans est :

a. $\frac{1}{2}$ **b.** $\frac{1}{3}$ **c.** $\frac{70}{360}$ **d.** $\frac{70}{100}$

Question 26.
Soit X la variable aléatoire qui suit la loi binomiale $\mathscr{B}(4;p)$. Pour quelle valeur de p l'espérance de X est-elle maximale ?

a. 0 **b.** $\frac{1}{4}$ **c.** 1 **d.** 4

Pour les quatre prochaines questions, on s'intéresse à l'expérience aléatoire suivante : on lance une roue divisée en m secteurs identiques, $m-1$ noirs et un blanc, pour un entier $m \geq 1$.
Le joueur qui fait tourner la roue gagne la partie si la roue s'arrête sur le secteur blanc.
On fera l'hypothèse que les lancers de roue sont indépendants les uns des autres.

Question 27.
On répète 4 fois cette expérience aléatoire avec $m = 4$. Quelle est la probabilité de gagner exactement une partie ?

a. $\frac{1}{4}$ **b.** $\left(\frac{3}{4}\right)^4$ **c.** $\frac{27}{64}$ **d.** $\frac{9}{16}$

Question 28.
Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On répète n fois cette expérience aléatoire avec $m = 4$.
Quelle est la probabilité de perdre exactement une partie ?

a. $\frac{3n}{4^n}$ **b.** $1 - \binom{n}{n-1} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} \times \frac{3}{4}$

c. $1 - \binom{n}{1} \times \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} \times \frac{1}{4}$ **d.** $\frac{3}{4^n}$

Question 29.
Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On répète n fois cette expérience aléatoire avec $m \geq 1$. La variable aléatoire X compte le nombre de victoire(s). Pour quelle valeur de m, l'écart-type de X est-il maximal ?

a. $m = 1$ **b.** $m = 2$ **c.** $m = 3$ **d.** $m = 4$

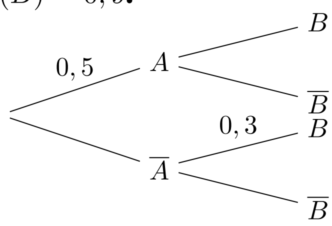
Question 30.
Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On répète n fois cette expérience aléatoire avec $m = 100$. La probabilité de gagner au moins une partie est supérieure ou égale à $0,95$ si, et seulement si :

a. $n \geq \frac{\ln(0,05)}{\ln(0,99)}$ **b.** $n \geq \frac{\ln(0,95)}{\ln(0,99)}$ **c.** $n \geq \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,95)}$ **d.** $n \geq \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,05)}$

Question 31.
Soient deux évènements A et B avec $P(A) = 0,4$ et $P(B) = p$. De plus, on a $P(A \cup B) = 0,5$.
Pour quelle valeur de p, les évènements A et B sont-ils indépendants ?

a. $\dfrac{1}{6}$ **b.** $\dfrac{1}{3}$ **c.** $0,25$ **d.** $0,1$

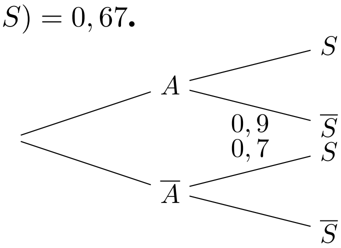
Question 32.
Soient deux évènements A et B avec $P_A(\overline{B}) = 0,9$.



À partir de l'arbre pondéré ci-dessus, on peut affirmer que :

a. $P(\overline{A} \cap B) = 0,8$ **b.** $P(A \cup \overline{B}) = 0,45$ **c.** $P(B) = 0,2$ **d.** $P_{\overline{B}}(A) = 0,1$

Question 33.
Soient deux évènements A et S avec $P(S) = 0,67$.



À partir de l'arbre pondéré ci-dessus, on peut affirmer que :

a. $P(A) = 0,5$ **b.** $P(A \cap \overline{S}) = 0,45$ **c.** $P(A) = 0,02$ **d.** $P(\overline{A}) > P(\overline{S})$

Question 34.
Dans un sac, on a 10 boules rouges numérotées de 1 à 10.
On ajoute dans ce sac 2 boules vertes numérotées 0 et n boules vertes numérotées 1, où $n \in \mathbb{N}^*$.
On tire au hasard une boule dans ce sac.
Pour quelle valeur de n les évènements « Tirer une boule rouge » et « Tirer un boule numérotée avec un nombre pair » sont-ils indépendants ?

a. 2 **b.** 3 **c.** 5 **d.** 6

Pour les deux questions suivantes, on considère une urne contenant 4 boules blanches, 3 boules rouges et 2 boules bleues. On pioche simultanément 3 boules, au hasard, dans cette urne.

Question 35.
Quelle est la probabilité que les 3 boules soient toutes de la même couleur ?

a. $\dfrac{6}{9 \times 8 \times 7}$ **b.** $\dfrac{24}{9^3}$ **c.** $\dfrac{24}{9 \times 8 \times 7}$ **d.** $\dfrac{5}{\binom{9}{3}}$

Question 36.
Quelle est la probabilité que les 3 boules soient toutes de couleurs différentes ?

a. $\dfrac{24}{9 \times 8 \times 7}$ **b.** $\dfrac{72}{\binom{9}{3}}$ **c.** $\dfrac{6 \times 4 \times 3 \times 2}{\binom{9}{3}}$ **d.** $\dfrac{6 \times 4 \times 3 \times 2}{9 \times 8 \times 7}$

Équations différentielles, primitives et calcul intégral

Dans toute cette section, sauf mention du contraire, on considère les courbes représentatives de fonctions dans le plan muni d'un repère orthonormé.

Question 37.
Les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $\frac{1}{4}y' + \frac{1}{4}y = 2$ sont les fonctions définies par :

a. $f(x) = Ce^{-x} + 8$, où $C \in \mathbb{R}$
b. $f(x) = Ce^{-\frac{x}{4}} + 2$, où $C \in \mathbb{R}$
c. $f(x) = Ce^{-\frac{x}{4}} + 8$, où $C \in \mathbb{R}$
d. $f(x) = Ce^{-x} + 2$, où $C \in \mathbb{R}$

Question 38.
La solution f sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $y' = 7y + 7$ avec $f(2) = -1$ est :

a. $f(x) = e^{7x} - 1$
b. $f(x) = -1$
c. $f(x) = e^{-7x} - 1$
d. $f(x) = e^{7x-14} - 1$

Question 39.
Les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $y' = y + \sin(x)$ sont les fonctions définies par :

a. $f(x) = Ce^{x} + \frac{1}{2}(\cos(x) + \sin(x))$, où $C \in \mathbb{R}$
b. $f(x) = Ce^{x} + \frac{1}{2}(\cos(x) - \sin(x))$, où $C \in \mathbb{R}$
c. $f(x) = Ce^{x} - \frac{1}{2}(\cos(x) + \sin(x))$, où $C \in \mathbb{R}$
d. $f(x) = Ce^{-x} + \frac{1}{2}(\cos(x) - \sin(x))$, où $C \in \mathbb{R}$

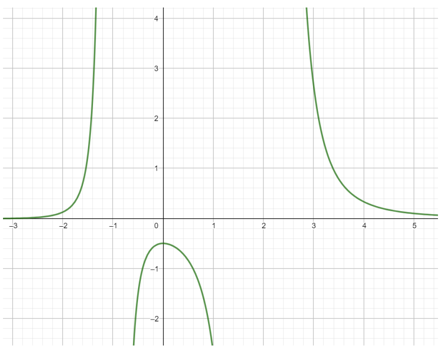
Question 40.
Une solution particulière sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $y' - 2y = e^{2x}$ est donnée par :

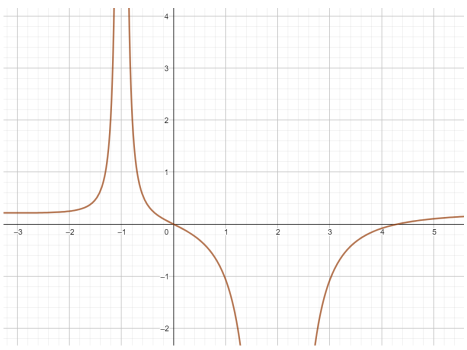
a. $f(x) = \dfrac{e^{2x}}{4}$
b. $f(x) = \dfrac{xe^{2x}}{2}$
c. $f(x) = 2e^{2x}$
d. $f(x) = xe^{2x}$

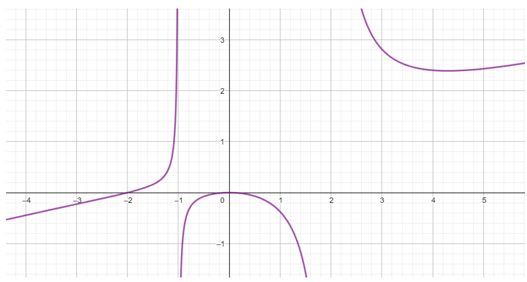
Question 41.
Une primitive de la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \dfrac{2}{x^3}\cos\left(\dfrac{1}{x^2}\right)$ peut être définie par :

a. $F(x) = \cos\left(\dfrac{1}{x^2}\right)$
b. $F(x) = -\cos\left(\dfrac{1}{x^2}\right)$
c. $F(x) = \sin\left(\dfrac{1}{x^2}\right)$
d. $F(x) = -\sin\left(\dfrac{1}{x^2}\right)$

Question 42.
Soient trois fonctions f, g et h, définies et dérivables sur $\mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$, représentées ci-dessous.


Courbe représentative de f

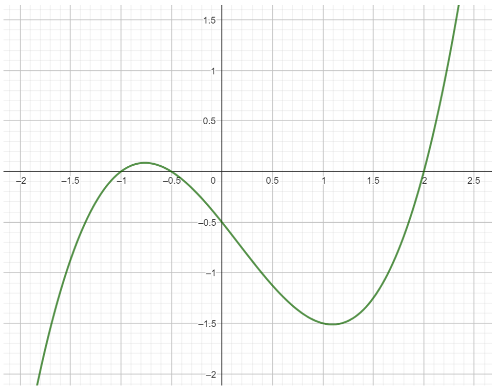

Courbe représentative de g


Courbe représentative de h

Quelle affirmation pourrait être vraie ?

a. f est une primitive de g et $h' = g$
b. h est une primitive de g et $g' = f$
c. h est une primitive de g et $f' = g$
d. g est une primitive de f et $f' = h$

Question 43.
Soit une fonction f continue sur $\mathbb{R}$. On a tracé ci-dessous la courbe représentative d'une de ses primitives sur $\mathbb{R}$, notée F.



Courbe représentative de F

On admettra aussi que F est monotone sur $]-\infty;-1]$ et sur $[2;+\infty[$. On peut alors affirmer que :

a. f est décroissante sur $\left[-\frac{3}{2};1\right]$
b. $f(x)=0$ admet exactement 3 solutions sur $\mathbb{R}$
c. f est négative sur $\left[-\frac{1}{2};2\right]$
d. f admet un minimum global sur $\mathbb{R}$

Question 44.
Soient f et g deux fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$. Laquelle de ces propositions est exacte ?

a. Si pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x)=nx^{n-1}$ alors $f(x)=x^n$
b. Si f et g sont dérivables avec $f'=g'$ alors $f=g$
c. Si f et g admettent une même primitive sur $\mathbb{R}$, alors $f=g$
d. Si f et g sont deux primitives d'une même fonction, alors $f=g$

Question 45.
Déterminer la primitive sur $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$, qui s'annule en 1, de la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$.

a. $F : x \mapsto \ln\left(\dfrac{\cos(1)}{\cos(x)}\right)$
b. $F : x \mapsto -\dfrac{1}{\cos(x)}+\dfrac{1}{\cos(1)}$
c. $F : x \mapsto \dfrac{1}{\cos(x)}-1$
d. $F : x \mapsto \ln\left(\dfrac{\cos(x)}{\cos(1)}\right)$

Question 46.
L'intégrale $\displaystyle\int_1^2 \frac{5}{x^2}\mathrm{d}x$ est égale à :

a. $\dfrac{5}{2}$ **b.** $\dfrac{15}{2}$ **c.** $\dfrac{1}{2}$ **d.** $\dfrac{3}{2}$

Question 47.
Soit F la fonction dérivable sur $]0;+\infty[$ définie par $F(x)=\displaystyle\int_1^x \ln(t)\mathrm{d}t$. On peut alors affirmer que :

a. $\forall x>0,\ F(x)\geq 0$
b. $\forall x>0,\ F(x)=x\ln(x)-x$
c. $\forall x>0,\ F(x)=\dfrac{1}{x}-1$
d. $\forall x>0,\ F(x)=(x-1)\ln(x)$

Question 48.
L'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^1 \frac{\sin(x)\cos(x)}{x^2+1}\mathrm{d}x$ est égale à :

a. $\dfrac{-1}{4}$ **b.** 0 **c.** 1 **d.** $\dfrac{1}{4}$

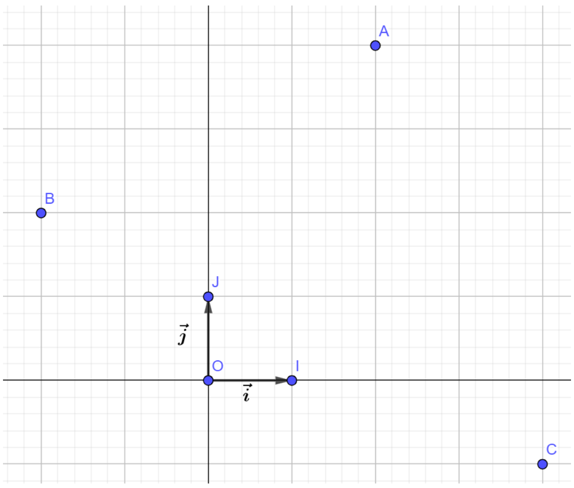
Géométrie

Dans toute cette section, sauf mention explicite du contraire, le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ***et l'espace d'un repère orthonormé*** $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Question 49.
Dans le plan, soit un quadrilatère $ABCD$ **avec** $AB = 4\ cm$, $BC = 3\ cm$, $AC = 5\ cm$ **et** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.
En étant le plus précis possible, quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$ **?**

a. un parallélogramme **b.** un losange
c. un carré **d.** un rectangle

Question 50.
Dans la figure suivante, le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ **est orthonormé.**



Le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ **est alors égal à :**

a. -18 **b.** 24 **c.** 2 **d.** 0

Question 51.
Dans un repère orthonormé du plan, on a $A(-2; 2)$, $B(1; 4)$ **et** $C(0; 3)$. **Soit** D **le milieu de** $[BC]$.
Le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ **est alors égal à :**

a. $\frac{21}{2}$ **b.** $-\frac{1}{2}$ **c.** $\frac{1}{2}$ **d.** 2

Question 52.
Dans l'espace, on considère les deux points $A(2; 2; -2)$ **et** $B(10; 4; 6)$.
Une représentation paramétrique de la droite (AB) **est donnée par :**

a. $\begin{cases} x = 6 - 4t \\ y = 3 - t \\ z = 2 - 4t \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}$

b. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -2 + 2t \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}$

c. $\begin{cases} x = 8 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 8 - 2t \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}$

d. $\begin{cases} x = 10 + 8t \\ y = 4 + 2t \\ z = 6 + 4t \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}$

Question 53.
Dans l'espace, on considère les trois points non alignés $A(0;1;1)$, $B(1;0;2)$ et $C(2;-1;1)$.
Laquelle des droites ci-dessous, dont on donne à chaque fois une représentation paramétrique, est orthogonale au plan (ABC) ?

a. $\mathscr{D}_1 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + t \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}$

b. $\mathscr{D}_2 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = -1 \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}$

c. $\mathscr{D}_3 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}$

d. $\mathscr{D}_4 : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -5 \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}$

Question 54.
Dans l'espace, on considère la droite $\mathscr{D}$ de représentation paramétrique :

$$\mathscr{D} : \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}.$$

Laquelle des droites ci-dessous, dont on donne à chaque fois une représentation paramétrique, est non coplanaire avec $\mathscr{D}$?

a. $\mathscr{D}_1 : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 - 4t \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}$

b. $\mathscr{D}_2 : \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 + 3t \\ z = -3 \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}$

c. $\mathscr{D}_3 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}$

d. $\mathscr{D}_4 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = -1 \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}$

Question 55.
Dans l'espace, on considère la droite $\mathscr{D}$ de représentation paramétrique :

$$\mathscr{D} : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}.$$

Et le plan $\mathscr{P}$ d'équation cartésienne $2x + y - z + 2 = 0$. On peut alors affirmer que :

a. $\mathscr{D}$ est strictement parallèle à $\mathscr{P}$

b. $\mathscr{D}$ et $\mathscr{P}$ se coupent en $M(-2;4;-1)$

c. $\mathscr{D}$ est incluse dans $\mathscr{P}$

d. $\mathscr{D}$ et $\mathscr{P}$ se coupent en $M(4;-2;5)$

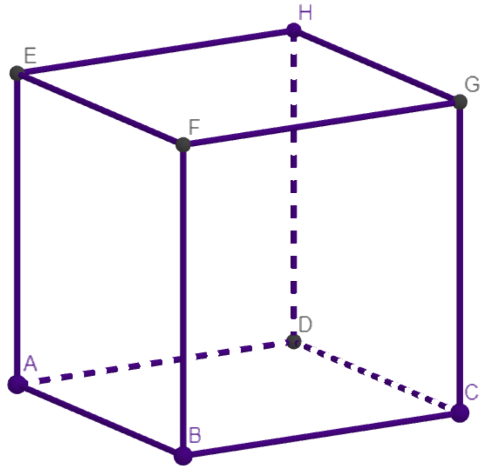
Question 56.
Dans l'espace, on considère le point $A(1;1;1)$ et la droite $\mathscr{D}$ de représentation paramétrique :

$$\mathscr{D} : \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}.$$

Quelle est la distance entre le point A et la droite $\mathscr{D}$?

a. 0 **b.** 1 **c.** $\sqrt{2}$ **d.** $\sqrt{3}$

Pour les quatre questions suivantes, on munit l'espace du repère orthonormé $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.
On considère le cube $ABCDEFGH$ ***de côté*** 1**.**



Question 57.
Parmi les propositions suivantes, laquelle est correcte ?

a. (AB) et (CG) sont perpendiculaires
b. (EC) et (BH) sont perpendiculaires
c. (AB) et (CG) sont coplanaires
d. (EH) et (BC) sont coplanaires

Question 58.
Un vecteur normal au plan (BDG) **est donné par :**

a. $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$ **b.** $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$ **c.** $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}$ **d.** $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}$

Question 59.
Soient I **le milieu de** $[CD]$ **et** S **le centre de la face** $EFGH$**.**
Le volume, en unité de volume, de la pyramide $SABI$ **de sommet** S **est égal à :**

a. $\frac{1}{8}$ u.v. **b.** $\frac{1}{6}$ u.v. **c.** $\frac{1}{4}$ u.v. **d.** $\frac{1}{3}$ u.v.

Question 60.
Quelles sont les coordonnées du projeté orthogonal du point F **sur le plan** (AGH) **?**

a. $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ **b.** $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$ **c.** $\left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ **d.** $(1; 0; 1)$

••• FIN •••