

Agrégation interne 2017 première épreuve.

Durée : 6 heures.

L'usage de tout ouvrage de référence et de tout matériel électronique (y compris la calculatrice) est rigoureusement interdit.

I Préambule : notations et rappels.

On désigne par \mathbf{N} l'ensemble des entiers naturels.

On désigne par \mathbf{R} le corps des nombres réels, \mathbb{C} le corps des nombres complexes et \mathbf{K} l'un de ces deux corps lorsqu'on ne souhaite pas le préciser.

On désigne par \mathbf{R}^+ l'ensemble des nombres réels positifs ou nuls, et par \mathbf{R}^- l'ensemble des nombres réels négatifs ou nuls.

Soit n un entier naturel non nul. On note $\mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ la \mathbf{K} -algèbre des matrices (n,n) à coefficients dans \mathbf{K} et I_n la matrice identité dans $\mathcal{M}_n(\mathbf{K})$. On note $GL_n(\mathbf{K})$ l'ensemble des matrices inversibles dans $\mathcal{M}_n(\mathbf{K})$.

Sur $\mathcal{M}_n(\mathbf{K})$, on note Tr l'application trace.

Soit M une matrice dans