

02 Puissances.

I Rappels et définition

1 La multiplication.

2 Puissances.

Exercice 1. Simplifier une écriture.

Simplifiez les écritures suivantes en utilisant la notation des puissances.

a) $A = 2 \times 3 \times 2$. b) $B = 3 \times 5 \times 3^4 \times 5$. c) $C = 2^5 \times 7^2 \times 2^2 \times 7^{24}$.

Correction de l'exercice 1

1.

$$\begin{aligned} A &= 2 \times 2 \times 3 \\ &= 2^2 \times 3 \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} B &= 3 \times 3^4 \times 5 \times 5 \\ &= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5^2 \\ &= 3^5 \times 5^2 \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned} C &= 2^5 \times 2^2 \times 7^2 \times 7^{24} \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times \underbrace{7 \times 7 \times \dots \times 7}_{24 \text{ facteurs}} \\ &= 2^7 \times 7^{26} \end{aligned}$$

Exercice 2. Calculer avec des puissances.

Calculez à la main.

a) $A = 5^2$, b) $B = 2^3$, c) $C = (3^2)^3$, d) $D = (-5)^2$,
 e) $E = 0^{16}$, f) $F = (-1)^{18}$, g) $G = (-1)^{13}$, h) $H = 7 \times 2^2$,
 i) $I = 2 + 3^2$.

Correction de l'exercice 2

1.

$$\begin{aligned} A &= 5 \times 5 \\ &= 25 \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} B &= 2 \times 2 \times 2 \\ &= 8 \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned} C &= (3^2)^3 \\ &= 9^3 \\ &= 9 \times 9 \times 9 \\ &= 81 \times 9 \\ &= 729 \end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned} D &= (-5) \times (-5) \\ &= 25 \end{aligned}$$

5.

$$E = \underbrace{0 \times 0 \times \cdots \times 0}_{16 \text{ facteurs}}$$

6.

$$\begin{aligned} F &= \underbrace{(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times \cdots \times (-1) \times (-1)}_{18 \text{ facteurs}} \\ &= 1 \times 1 \times \cdots \times 1 \end{aligned} \quad = 1$$

7.

$$\begin{aligned} G &= \underbrace{(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times \cdots \times (-1) \times (-1)}_{12 \text{ facteurs}} \times (-1) \\ &= 1 \times 1 \times \cdots \times 1 \times (-1) \end{aligned} \quad = -1$$

8.

$$\begin{aligned} H &= 7 \times 2 \times 2 \\ &= 14 \times 2 \\ &= 28 \end{aligned}$$

9.

$$\begin{aligned}
 I &= 2 + 3 \times 3 \\
 &= 2 + 9 \\
 &= 11
 \end{aligned}$$

Exercice 3. Écrire sous forme de puissance.

Exercice 12 page 45 du manuel.

Exercice 4. Problèmes : nombre de bactéries.

Exercice 20 page 45 du manuel.

Exercice 5.

1. Retrouvez l'entier disparu dans l'égalité : $\dots^3 + 6^3 + 8^3 = 9^3$.
2. Retrouvez les entiers disparus dans l'égalité : $\dots^3 + \dots^3 + \dots^3 = 6^3$.

Exercice 6.

1. Déterminez l'entier n tel que : $15^4 = 4^4 + 6^4 + 8^4 + n^4 + 14^4$.
2. Déterminez l'entier m tel que $12^5 = 4^5 + 5^5 + 6^5 + 7^5 + 9^5 + m^5$.

Exercice 7.

1. Vérifiez que $1 + 3 + 3^3 = \frac{1 - 3^3}{1 - 3}$, puis que $1 + 4 + 4^2 + 4^3 = \frac{1 - 4^5}{1 - 4}$, enfin que $1 + 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 = \frac{1 - 5^5}{1 - 5}$.
2. Devinez (conjecturez) la valeur de $1 + 8 + 8^2 + \dots + 8^7$ et vérifiez en utilisant la calculatrice.

II Puissances négatives.

Exercice 8. Écrire sous forme de puissance.

Exercices 6 page 44 et 11 page 45 du manuel.

III Puissances de 10.

1 Rappels.

Exercice 9.

Écrire sous forme de puissances de 10 :

- a) 10 000; b) 1 000; c) 1; d) 0,1;
e) 10; f) 0,001; g) 0,000 000 1.

Exercice 10.

Écrivez sous forme d'une puissance de 10.

- $10^{-3} \times 10^5$; $10^7 \times 10^9$; $10^{-1} \times 10^{-3}$.
- $10^5 \times 10^{-7}$; $10^{-3} \times 10$; $10^7 \times 10^{-5} \times 10^{-2}$.

Exercice 11.

Écrivez sous forme d'une puissance de 10.

- $10^0 \times 10^3$; 10×0^{-1} .
- $(10^{-6})^2$; $(10^3)^3$; $(10^{-3})^2 \times 10^4$.

Exercice 12.

Écrivez sous forme d'une puissance de 10.

- $\frac{10^5}{10^{-3}}$; $\frac{10^3}{10^0}$; $\frac{10^9}{10^7}$.
- $\frac{10^{-3}}{10^{-1}}$; $\frac{10^{-7}}{10^5}$; $\frac{10}{10^{-3}}$.
- $\frac{10^{-1}}{10}$; $\frac{10^2}{0,1}$; $\frac{10^{-6}}{10^{h-6}}$.

Exercice 13.

Écrivez sous forme d'une puissance de 10, puis sous forme décimale les nombres suivants.

- $(0,01)^2$; $(10^{-3})^2 \times (100)^3$; $10^{-3} \times 0,001$.
- $\frac{0,01}{10^{-3}}$; $10^5 \times 0,0001$; $\frac{10^{-4}}{0,01}$.

Exercice 14.

Donnez sous forme d'une puissance de 10 l'inverse des nombres suivants : 10; 0,01; 10^3 ; 10^{-6} ; 0,0001.

2 Unités.

Exercice 15. Cubes.

Combien un cube de 1 m de côté contient-il de cubes de 1 mm de côté.

Exercice 16.

Convertissez en mètre.

1. 1 mm ; 1 000 km.
2. $1 \mu\text{m}$ ($1 \mu\text{m} = 10^{-3} \text{ mm}$) ;
3. 10 Gm ($1 \text{ Gm} = 10^6 \text{ km}$).

Exercice 17.

Convertissez en kg.

1. 0,1 g ; 1 000 tonnes ;
2. 0,01 mg ; 100 Mégatonnes ($1 \text{ Mégatonne} = 10^6 \text{ tonnes}$).

Exercice 18.

Convertissez en m^3 .

1. 100 km^3 ; 1 mm^3 ; $1 \mu\text{m}^3$.
2. 10 cm^3 ; $0,1 \text{ dm}^3$.

3 Écriture scientifique.

Exercice 19. Écriture scientifique.

Exercices 7 et 8 page 44, 13 et 18 page 45 du manuel.

Exercice 20. Intérêt de l'écriture scientifique.

Exercice 19 page 45 du manuel.