

## 02 Fractions.

### I Division.

$$\frac{6}{3} = 2.$$

- Les nombres  $\frac{6}{3}$  ou 2 sont appelés le *quotient* de la division.
- 6 est appelé le *numérateur* et 3 le *dénominateur*.
- Si l'écriture fractionnaire est peu usuelle au collège elle devient la norme au lycée. Les symboles  $\div$ ,  $/$ , ou  $:$  qui se lisent « **divisé par** » sont les plus communs au collège.
- Le nombre  $\frac{1}{3}$  est appelé *l'inverse de 3* et est le nombre qui vérifie  $\frac{1}{3} \times 3 = 3 \times \frac{1}{3} = 1$ .

### II Manipuler les expressions fractionnaires.

Rappelons tout d'abord qu'il est impossible de diviser par 0, ou pour le dire autrement 0 n'est pas inversible.

Par conséquent les quantités qui apparaissent aux dénominateurs dans ce chapitre sont toutes supposées non nulles.

#### 1 Une simplification et une astuce.

$$\frac{a}{1} = a.$$

Nous nous servirons de cette égalité dans les deux sens : pour simplifier ou pour écrire un nombre sous forme de fraction lorsque nécessaire.

#### 2 Produit.

$$\frac{a}{b} \times \frac{x}{y} = \frac{a \times x}{b \times y}$$

#### Exercice 1.

Complétez le tableau en simplifiant si possible.

$\times$	3	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{2}$
4	12					
$\frac{2}{3}$						
$\frac{6}{7}$						

## Exercice 2.

Complétez les tableaux.

×	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{4}{2}$	×	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{7}{12}$
$\frac{3}{4}$					$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$			
$\frac{1}{2}$					$\frac{3}{3}$				
$\frac{2}{3}$					$\frac{5}{6}$				
$\frac{5}{3}$					$\frac{1}{24}$				
$\frac{1}{2}$					$\frac{7}{12}$				
$\frac{1}{4}$									

## Exercice 3.

Calculez et donnez un résultat simplifié.

a)  $\frac{15}{49} \times \frac{28}{35}$ .

b)  $\frac{-5}{6} \times \frac{4}{7}$ .

c)  $\frac{2}{-3} \times \frac{4}{-5}$ .

d)  $\frac{34}{40} \times \frac{27}{51}$ .

e)  $-\frac{8}{45} \times \frac{27}{32}$ .

f)  $\frac{5}{2} \times \frac{7}{-35}$ .

## Exercice 4.

Calculez et donnez un résultat simplifié.

a)  $\frac{5}{12} \times 3$ .

b)  $\frac{7}{3} \frac{5}{3}$ .

c)  $-4 \times \frac{-5}{6}$ .

d)  $\frac{51}{-16} \times \left(-\frac{60}{17}\right)$ .

e)  $\frac{28}{35} \times \frac{55}{44}$ .

f)  $0 \times \frac{3}{4}$ .

## Exercice 5.

Calculez et donnez un résultat simplifié.

a)  $\frac{2}{3} \times \frac{9}{4} \times \frac{8}{10}$ .

b)  $\frac{4}{7} \times \frac{5}{3} \times \frac{14}{25}$ .

### 3 Simplification par facteur commun.

Nous déduisons de ce qui précède une méthode de simplification d'écriture d'une expression fractionnaire ; il est possible de simplifier un facteur commun aux numérateur et dénominateur :

$$\frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a}{b} \times \frac{c}{c} = \frac{a}{b} \times 1 = \frac{a}{b}.$$

Ainsi :

$$\frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a}{b}.$$

#### 4 Diviser c'est multiplier par l'inverse.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times 1}{1 \times b} = \frac{a}{1} \times \frac{1}{b} = a \times \frac{1}{b}.$$

Résumons :

$$\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}.$$

#### 5 Inverse.

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \frac{ab}{ba} = \frac{ab}{ab} = 1.$$

Donc  $\frac{b}{a}$  est l'inverse de  $\frac{a}{b}$  :

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}.$$

#### 6 Expression fractionnaire et signe.

Nous essaierons, si possible, de n'écrire des expressions fractionnaires que positives (si le nombre est négatif le signe moins est mis en évidence devant) :

$$\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}.$$

#### 7 Somme.

Pour additionner deux expressions fractionnaires il faut les mettre au même dénominateur.

$$\frac{a}{b} + \frac{x}{y} = \frac{a \times y}{b \times y} + \frac{b \times x}{b \times y} = \frac{ay + bx}{by}.$$

C'est une méthode très générale qui fonctionne y compris lorsque nous manipulons d'autres objets que des nombres.

#### Exercice 6.

Calculez.

a)  $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}$ .

b)  $\frac{2}{15} + \frac{4}{15}$ .

c)  $\frac{1}{2} + \frac{4}{2}$ .

d)  $\frac{13}{14} + \frac{9}{14}$ .

e)  $\frac{3}{4} + \frac{1}{4}$ .

f)  $\frac{3}{20} + \frac{5}{20} + \frac{9}{20}$ .

## Exercice 7.

Calculez.

- a)  $\frac{3}{6} + \frac{5}{6}$ .      b)  $\frac{21}{24} + \frac{8}{24}$ .      c)  $\frac{5}{10} + \frac{3}{10}$ .      d)  $\frac{3}{5} + \frac{2}{5}$ .  
 e)  $\frac{2}{7} + \frac{12}{7}$ .      f)  $\frac{1}{3} + \frac{3}{3} + \frac{5}{3}$ .      g)  $\frac{4}{12} + \frac{5}{12}$ .

## 8 Différence.

Il s'agit d'une combinaison des deux précédents résultats :

$$\frac{a}{b} - \frac{x}{y} = \frac{a}{b} + \frac{-x}{y} = \frac{a \times y}{b \times y} + \frac{b \times (-x)}{b \times y} = \frac{ay - bx}{by}.$$

## Exercice 8.

Calculez.

- a)  $\frac{7}{12} - \frac{3}{12}$ .      b)  $\frac{17}{25} - \frac{12}{25}$ .      c)  $\frac{45}{76} - \frac{27}{76}$ .      d)  $\frac{7}{9} - \frac{5}{9}$ .      e)  $\frac{3}{4} - \frac{1}{4}$ .

## Exercice 9.

Calculez.

- a)  $\frac{4}{7} - \frac{2}{7}$ .      b)  $\frac{7}{9} - \frac{5}{9}$ .      c)  $\frac{5}{12} - \frac{1}{12}$ .      d)  $\frac{7}{8} - \frac{3}{8}$ .      e)  $\frac{5}{6} - \frac{3}{6}$ .

## Exercice 10.

Calculez.

- a)  $\frac{3}{2} - \frac{1}{2}$ .      b)  $\frac{49}{3} - \frac{18}{3}$ .      c)  $\frac{56}{5} + \frac{34}{5}$ .      d)  $\frac{40}{7} - \frac{19}{7}$ .  
 e)  $\frac{47}{20} - \frac{15}{20}$ .      f)  $\frac{604}{30} - \frac{193}{30}$ .

## Exercice 11.

Calculez.

- a)  $\frac{17}{12} - \frac{2}{12}$ .      b)  $\frac{17}{5} - \frac{3}{5}$ .      c)  $\frac{45}{6} - \frac{27}{6}$ .      d)  $\frac{3}{4} - \frac{5}{8}$ .  
 e)  $\frac{4}{9} - \frac{5}{18}$ .      f)  $\frac{13}{20} - \frac{2}{5}$ .      g)  $\frac{3}{7} - \frac{12}{28}$ .

## Exercice 12.

Calculez.

- a)  $1 - \frac{3}{4}$ .      b)  $1 + \frac{1}{2}$ .      c)  $3 - \frac{2}{3}$ .      d)  $2 + \frac{4}{5}$ .  
 e)  $5 - \frac{4}{3}$ .      f)  $1 + \frac{1}{4}$ .      g)  $6 - \frac{3}{20}$ .      h)  $\frac{2}{15} + \frac{2}{3}$ .  
 i)  $\frac{2}{3} + \frac{7}{12}$ .      j)  $\frac{32}{40} - \frac{5}{8}$ .

## 9 Quotient.

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{x}{y}} = \frac{a}{b} \div \frac{x}{y} = \frac{a}{b} \times \left(\frac{x}{y}\right)^{-1} = \frac{a}{b} \times \frac{y}{x}.$$

Ainsi :

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{x}{y}} = \frac{a}{b} \times \frac{y}{x}.$$

### Exercice 13.

Mettez les quotients suivants sous forme d'une fraction.

a)  $a = \frac{4}{7} \div \frac{3}{5},$

b)  $b = 1 \div \frac{4}{3},$

c)  $c = \frac{2}{3} \div 2,$

d)  $d = (-7) \div \frac{42}{5},$

e)  $e = \frac{3}{4} \div \frac{3}{4}.$

### Exercice 14.

Mettez les quotients suivants sous forme d'une fraction.

a)  $a = \frac{2}{3} \div \left(\frac{-7}{5}\right),$

b)  $b = -36 \div \frac{30}{7},$

c)  $c = \left(-\frac{12}{9}\right) \div \left(-\frac{28}{27}\right),$

d)  $d = \frac{34}{51} \div \frac{38}{57}.$

### Exercice 15.

Mettez les quotients suivants sous forme d'une fraction.

a)  $a = \left(-\frac{8}{5}\right) \div \frac{3}{4},$

b)  $b = (-9) \div \left(\frac{-21}{2}\right),$

c)  $c = 7 \div \left(\frac{-2}{3}\right),$

d)  $d = \left(\frac{-5}{2}\right) \div (-25).$

## 10 Appliquer une fraction, une proportion.

La formulation « un tiers des 2 kg » se traduit mathématiquement par un produit (multiplication) :  $\frac{1}{3} \times 2$  kg.

Ainsi « neuf dixième de 237, 1 » s'écrit :  $\frac{9}{10} \times 237, 1.$

### Exercice 16.

Pour préparer un gâteau on utilise : les  $\frac{3}{4}$  d'un paquet de farine de 1 kg, les  $\frac{2}{5}$  d'une plaquette de beurre de 250 g, le  $\frac{1}{3}$  d'un paquet de 500 g de sucre, une demi-douzaine d'œufs.

Donnez, en grammes, la masse de sucre, de beurre, de farine, servant à la préparation du gâteau.

## Exercice 17.

Combien font les  $\frac{6}{7}$  de  $91 \text{ m}^3$  en  $\text{dm}^3$  ?

## III Exercices.

## Exercice 18.

Calculez et donnez le résultat sous forme simplifiée.

- a)  $\frac{5}{77} + \frac{4}{7}$ .      b)  $\frac{5}{10} - \frac{1}{2}$ .      c)  $\frac{4}{33} + \frac{6}{11}$ .      d)  $\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$ .  
 e)  $\frac{25}{7} - \frac{61}{21}$ .      f)  $\frac{5}{6} + \frac{1}{3}$ .      g)  $\frac{5}{6} + \frac{1}{2}$ .      h)  $\frac{3}{4} + \frac{5}{8}$ .

## Exercice 19.

Calculez.

- a)  $\frac{4}{9} + \frac{20}{27}$ .      b)  $\frac{3}{5} + \frac{4}{15}$ .      c)  $7 - \frac{2}{3}$ .      d)  $5 - \frac{1}{5}$ .  
 e)  $3 + \frac{2}{5}$ .      f)  $\frac{7}{9} - \frac{2}{27}$ .

## Exercice 20.

Complétez le tableau suivant.

1 <sup>re</sup> fraction	$\frac{7}{25}$	$\frac{5}{24}$		$\frac{14}{5}$	$\frac{9}{13}$	$\frac{2}{21}$
2 <sup>e</sup> fraction	$\frac{4}{5}$		$\frac{4}{6}$	$\frac{13}{20}$	$\frac{4}{16}$	
Somme des deux fractions		$\frac{1}{3}$	$\frac{11}{3}$			$\frac{13}{18}$

## Exercice 21.

Au retour de leur promenade à vélo, les cinq amis ont bu à eux tous :

- 4 bouteilles de  $\frac{1}{3}$  de litre de jus de fruit,
- $\frac{1}{2}$  litre de lait,
- $\frac{2}{3}$  d'un litre d'eau.

Quelle est la quantité de boisson bue par chacun d'eux (en supposant qu'ils aient absorbé la même quantité de boisson).

## Exercice 22.

Dans une serre, les  $\frac{3}{4}$  des plantes sont des fleurs et les  $\frac{2}{5}$  des fleurs sont des roses, le quart sont des tulipes, le tiers sont des chrysanthèmes.

1. Quelle fraction du nombre de plantes représente :
  - a) le nombre de roses,
  - b) le nombre de tulipes,
  - c) le nombre de chrysanthèmes.
2. Rangez par ordre croissant, les nombres de roses, de tulipes, de chrysanthèmes.

## Exercice 23.

Une pièce de vin contenait 125  $\ell$  ; on a vendu les  $\frac{3}{5}$  de la pièce : combien contient-elle encore de litres ?

## Exercice 24.

Un coupon d'étoffe mesure  $\frac{5}{6}$  de mètre ; on prend les  $\frac{3}{4}$  de ce coupon : combien mesure le reste du coupon ?

## Exercice 25.

On fait de la poudre d'escampette en mélangeant 7 kilogrammes de poudre aux yeux, 2 kilogrammes de poudre de perlimpinpin, et 1 kilogramme de poudre de riz.

On demande la quantité de chacun de ces trois composants dans  $\frac{3}{4}$  de kilogramme de poudre d'escampette.

## Exercice 26.

Jean-Philippe s'est régalé avec le quart de la boîte de chocolats ; Laurent a savouré les  $\frac{5}{12}$  de cette boîte. Quelle fraction de la boîte a mangée Caroline en dégustant le reste de la boîte ?

## Exercice 27.

Le laiton est formé de  $\frac{3}{4}$  de cuivre et de  $\frac{1}{4}$  de zinc. Combien y a-t-il de cuivre et de zinc dans 12 kilogrammes de laiton ?

## Exercice 28.

La famille Pensatout dispose de 8700 € par mois. Les dépenses mensuelles se répartissent ainsi :  $\frac{2}{5}$  pour les habits,  $\frac{4}{15}$  pour la nourriture,  $\frac{1}{5}$  pour le loyer,  $\frac{1}{15}$  pour la scolarité des enfants et  $\frac{2}{15}$  pour les voitures.  
Que reste-t-il dans la bourse des Pensatout ?

## Exercice 29.

Un quart de gâteau a été mangé à midi ; les  $\frac{7}{12}$  de même gâteau ont été dégustés au goûter. Que reste-t-il pour le repas du soir ?

## Exercice 30.





