Brevet blanc 2.

Exercice 1 **20 points**

— 4 points par question, tout ou rien.

1. À la calculatrice ou à la main :

$$\begin{aligned}\frac{3}{4} - \frac{5}{4} \times \frac{1}{2} &= \frac{3 \times 2}{4 \times 2} - \frac{(\times 1}{4 \times 2} \\ &= \frac{6}{8} - \frac{5}{8} \\ &= \frac{1}{8}\end{aligned}$$

$$\boxed{\frac{1}{8}.}$$

2. On peut utiliser la calculatrice ou des ordres de grandeurs.

$$\boxed{0{,}000\,054\,9 = 5{,}49 \times 10^{-5}.}$$

3. À la calculatrice ou à la main :

$$\begin{aligned}\left(5\sqrt{2}\right)^2 &= \left(5\sqrt{2}\right) \times \left(5\sqrt{2}\right) \\ &= 5 \times \sqrt{2} \times 5 \times \sqrt{2} \\ &= 5 \times 5 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \\ &= 25 \times \sqrt{2}^2 \\ &= 25 \times 2 \\ &= 50\end{aligned}$$

50.

4.

$$\begin{aligned} 2 \text{ h} + 30 \text{ mn} &= 2\text{h} + 0{,}5\text{h} \\ &= 2{,}5\text{h} \end{aligned}$$

Donc

$$\begin{aligned} v &= \frac{d}{t} \\ &= \frac{230 \text{ km}}{2{,}5 \text{ h}} \\ &= \frac{230}{2{,}5} \text{ km/h} \\ &= 92 \text{ km/h} \end{aligned}$$

92 km/h.

5. Évidemment la rédaction n'est pas un attendu. IJK est rectangle en I donc, d'après le théorème de Pythagore :

$$IJ^2 + IK^2 = JK^2$$

Nous en déduisons successivement :

$$\begin{aligned} IJ^2 + 2{,}7^2 &= 4{,}5^2 \\ IJ^2 + 7{,}29 &= 20.25 \\ IJ^2 + 7{,}29 - 7{,}29 &= 20.25 - 7{,}29 \\ IJ^2 &= 12{,}96 \end{aligned}$$

Puisque $IJ \geqslant 0$:

$$\begin{aligned} IJ &= \sqrt{12{,}96} \\ &= 3{,}6 \end{aligned}$$

$$\boxed{IJ = 3{,}6 \text{ cm.}}$$

Exercice 2 **20 points**

Partie A : Étude d'un cas particulier $x = 3$.

1.

- 1 point : utilisation d'une expression littérale correctement.
- 1 point : substitution de la lettre et remplacement par une valeur numérique.
- 1 point : valeur numérique pour AB.
- 1 point : valeur numérique pour AF.

$$AB = 2x + 1$$

donc, si $x = 3$, alors

$$\begin{aligned} AB &= 2 \times 3 + 1 \\ &= 6 + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

$$\boxed{AB = 7 \text{ cm.}}$$

$$AF = x + 3$$

donc, si $x = 3$, alors

$$\begin{aligned} AF &= 3 + 3 \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\boxed{AF = 6 \text{ cm.}}$$

2.

— 1 point : évocation du rectangle ou formule littérale adaptée.
— 1 point : formule correcte de l'aire du rectangle.
— 1 point : calcul de FE.
— 1 point : formule de calcul pour EC.
— 1 point : calcul de EC.
— 1 point : calcul de l'aire.

$FECD$ est un rectangle donc son aire est

$$\mathscr{A}(EFCD) = FE \times EC$$

Or, d'une part

$$\begin{aligned} FE &= AB \\ &= 7 \end{aligned}$$

et d'autre part

$$\begin{aligned} EC &= BC - BE \\ &= AB - AF \\ &= 7 - 6 \\ &= 1 \end{aligned}$$

donc

$$\mathscr{A}(EFCD) = 7 \times 1$$

$$\boxed{\mathscr{A}(EFCD) = 7 \text{ cm}^2.}$$

Partie B : Étude du cas général : x désigne un nombre supérieur à deux.

1.

— 1 point : formule de calcul pour FD.
— 1 point : formule avec les bonnes expressions littérales.
— 1 point : expression développée.

« en fonction de x » signifie qu'une égalité est attendue avec une expression littérale avec du x.

$$\begin{aligned} FD &= AD - AF \\ &= AB - AF \end{aligned}$$

Lorsqu'on remplace il ne faut pas oublier les parenthèses :

$$FD = (2x + 1) - (x + 3)$$

En développant puis en réduisant :

$$\begin{aligned} FD &= 2x + 1 - x - 3 \\ &= x - 2 \end{aligned}$$

$$\boxed{FD = x - 2.}$$

2.

— 1 point : formule de l'aire du rectangle.

$FECD$ est un rectangle donc

$$\begin{aligned} \mathscr{A}(FECD) &= FD \times FE \\ &= FD \times AB \end{aligned}$$

Remplaçons sans oublier les parenthèses :

$$= (x - 2) \times (2x + 1)$$

$$\boxed{\mathscr{A}(FECD) = (2x + 1)(x - 2).}$$

3.

— 1 point : formule de l'aire du carré.
— 1 point : formule littérale de l'aire du carré.
— 1 point : formule de l'aire du rectangle.
— 1 point : formule littérale de l'aire du rectangle.

$$\begin{aligned}\mathscr{A}(ABCD) &= (AB)^2 \\ &= (2x + 1)^2\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}\mathscr{A}(ABEF) &= FA \times AB \\ &= (x + 3) \times (2x + 1)\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathscr{A}(ABCD) = (2x + 1)^2 \text{ et } \mathscr{A}(ABEF) = (x + 3)(2x + 1).}$$

4.

— 1 point : explication du lien avec la question précédente (formule ou phrase).

$$\mathscr{A}(FECD) = \mathscr{A}(ABCD) - \mathscr{A}(ABEF)$$

$$\boxed{\mathscr{A} = (2x+1)^2 - (x+3).}$$

5.

— 1 point : tout ou rien, pas de justification attendue.

$$\boxed{\text{il s'agit d'une factorisation.}}$$

Exercice 3 : **19 points**

Partie A. Le gros sel

1.

— 1 point : formule correcte donnée numériquement ou littéralement.
— 1 point : résultat numérique.

$$\begin{aligned} e &= \max - \min \\ &= 48 - 30 \end{aligned}$$

$$\boxed{e = 18 \text{ kg.}}$$

2.

— 1 point : mise en évidence de l'ordre, éventuellement à la question précédente.
— 1 point : mise en évidence de la position centrale.
— 1 point : résultat numérique.
— 1 point : interprétation.

* On range : $30 < 31 \leqslant 31 < 32 \leqslant 32 < 33 < 34 \leqslant 34 < 36 < 37 < 38 \leqslant 38 < 39 \leqslant 39 < 40 \leqslant 40 < 42 \leqslant 42 < 43 \leqslant 43 < 45 \leqslant 45 < 46 < 47 < 48$.
* On trouve la position de la médiane dans la liste. $\frac{n}{2} = \frac{25}{2} = 12{,}5$. La série contient un nombre impair de données donc la médiane est la 13ième valeur.
* On lit la médiane. En utilisant dans la liste ordonnée :

$$\boxed{Me = 39 \text{ kg.}}$$

La moitié des carreaux produisent moins de 39 kg de sel.

3.

— 1 point : mise en évidence de la formule de la moyenne.
— 1 point : pou la réponse numérique.

$$\begin{aligned} \overline{x} &= (34 + 39 + 31 + \cdots + 33)\,/25 \\ &= \frac{965}{25} \end{aligned}$$

$$\boxed{\overline{x} = 38{,}6 \text{ kg.}}$$

Partie B. La fleur de sel

1.

— 1 point : utilisation pertinente de la formule du volume du prisme.
— 1 point : utilisation pertinente de la formule de l'aire de la base.

— 1 point : substitution correcte dans la formule de l'aire de la base.
— 1 point : substitution correcte dans la formule du volume du prisme.
— 1 point : réponse numérique correcte pour le volume du prisme indépendamment de l'unité.
— 1 point : conversion d'unité correcte.
— 1 point : donnée la réponse (même fausse) dans la bonne unité.

Le bac de la brouette est un prisme donc son volume est en cm^3 :

$$\mathscr{V}_{brouette} = \mathscr{B} \times H,$$

où

* $\mathscr{B}$ est l'aire de la base du prisme qui est un trapèze est donnée, en cm^2 par

$$\begin{aligned}\mathscr{B} &= \frac{(B+b)\times h}{2}\\ &= \frac{(70+40)\times 35}{2}\\ &= 1925\end{aligned}$$

* H est la hauteur du prisme et d'après l'énoncé : $H = 40$.

Donc

$$\begin{aligned}\mathscr{V}_{brouette} &= 1925 \times 40\\ &= 77\,000\end{aligned}$$

Or

$$\begin{aligned}77\,000 \text{ cm}^3 &= 77\,000 \times \frac{1}{1000} \text{ L}\\ &= 77 \text{ L}\end{aligned}$$

Le volume de la brouette est bien de 77 L.

2.

— 1 point : calcul par proportionnalité.
— 1 point : résultat numérique correcte peu importe l'unité.
— 1 point : pour la conversion.
— 1 point : résultat correcte dans l'unité demandée.

Par proportionnalité, la masse des 77 L de sel est :

$$\begin{aligned} m &= 77 \times 900 \text{ g} \\ &= 69\,300 \text{ g} \end{aligned}$$

Convertissons en kg :

$$m = 69\,300 \times \frac{1}{1000} \text{ kg}$$

$$\boxed{m = 69{,}3\text{kg}.}$$

Exercice 4 — 18 points

1.

— 2 point : utilisation respectueuse des étapes du programme.
— 1 point : respect de priorités opératoires (utilisation de parenthèses).

$1 \xrightarrow{-3} 1 - 3 = -2 \xrightarrow{?^2} (-2)^2 = 4.$

2.

— 2 point : utilisation respectueuse des étapes du programme.
— 1 point : respect de priorités opératoires (utilisation de parenthèses).

— 2 point : résultat numérique exacte.

$$-5 \xrightarrow{?^2} (-5)^2 = 25 \xrightarrow{+3\times?} 25 + 3 \times (-5) = 10 \xrightarrow{+7} 10 + 7 = 17.$$

3.

— 1 point : respect de la présentation tableur (égal, étoile, chapeau ...).
— 1 point : formule mathématique exacte.

le contenu de B3 est : =B1 ∧ 2+3*B1 +7

4. (a)

— 1 point : utilisation de la formule littérale pour le programme A donnée à la question précédente.
— 1 point : utilisation correcte de la double distributivité ou d'une identité remarquable pour développer.
— 1 point : réduction correcte.

Avec le programme A : $x \xrightarrow{-3} x - 3 \xrightarrow{?^2} (x-3)^2$.
En développant, réduisant et ordonnant :

$$\begin{aligned}(x-3)^2 &= (x-3)(x-3)\\ &= x \times x + x \times 3 + 3 \times x + 3 \times 3\\ &= x^2 + 3x + 3x + 9\end{aligned}$$

Finalement

le programme de calcul renvoie $x^2 - 6x + 9$.

(b)

— 1 point : formule correcte.

Avec le programme B : $x \xrightarrow{?^2} x^2 \xrightarrow{+3\times ?} x^2 + 3 \times x \xrightarrow{+7} x^2 + 3x + 7$.

Le résultat du programme B est $x^2 + 3x + 7$.

(c)

— 1 point : démarche de recherche (test, essais, vérification, schéma, mise en équation, ...).
— 1 point : mise en équation en utilisant les formules précédemment trouvées.
— 1 point : démarche de résolution faisant clairement apparaître le souhait d'isoler le x.
— 1 point : résolution de l'équation correcte.
— 1 point : solution numérique exacte (quelque soit la démarche).
— 1 point : synthèse (vérification).

Dire que les programmes donnent le même résultat pour le même nombre de départ x c'est dire que : $x^2 + 6x + 9 = x^2 + 3x + 7$.
On en déduit successivement :

$$\begin{aligned}
x^2 - 6x + 9 - x^2 &= x^2 + 3x + 7 - x^2 \\
-6x + 9 &= 3x + 7 \\
-6x + 9 - 3x &= 3x + 7 - 3x \\
-9x + 9 &= 7 \\
-9x + 9 - 9 &= 7 - 9 \\
-9x &= -2 \\
\frac{-9x}{-9} &= \frac{-2}{-9} \\
x &= \frac{2}{9}
\end{aligned}$$

On peut vérifier qu'en choisissant $\frac{2}{9}$ on obtient $\frac{625}{81}$ avec les deux programmes.

Il existe un nombre de départ qui convient c'est $\frac{2}{9}$.

Exercice 5 **23 points**

1.

- 1 point : évocation de l'angle droit.
- 1 point : utilisation d'une fonction trigonométrique.
- 1 point : utilisation du cosinus.
- 1 point : formule de définition correcte pour le cosinus.
- 1 substitution par les longueurs corrects.
- 1 point : réponse numérique correcte.
- 1 point : arrondi respecté.

Puisque EFG est rectangle en E :

$$\cos\left(\widehat{EFG}\right) = \frac{EF}{FG}$$

Donc :

$$\cos\left(\widehat{EFG}\right) = \frac{5}{13}$$

Avec la calculatrice nous en déduisons :

$$\widehat{EFG} \approx 67{,}38^\circ$$

$$\widehat{EFG} \approx 67^\circ.$$

2.

- 1 point : vérification triangle rectangle.
- 1 point : évocation du théorème de Pythagore.

— 1 point : égalité de Pythagore correcte.
— 1 point : résolution de l'équation.
— 1 point : vérification de la positivité de EF.
— 1 point : réponse numérique correcte.

EFG est rectangle en E, donc, d'après le théorème de Pythagore :

$$EF^2 + EG^2 = FG^2$$

Nous en déduisons successivement :

$$\begin{aligned} 5^2 + EG^2 &= 13^2 \\ 25 + EG^2 &= 169 \\ 25 + EG^2 - 25 &= 169 - 25 \\ EG^2 &= 144 \end{aligned}$$

Puisque EG est positif (c'est une longueur) :

$$\begin{aligned} EG &= \sqrt{144} \\ EG &= 12 \end{aligned}$$

On a bien : $EG = 12$ cm.

3.

— 1 point : bonne formule.
— 1 point : utilisation des bonnes valeurs numériques.
— 1 point : bon résultat.

Puisque $M \in [EG]$:

$$\begin{aligned} GM &= EG - EM \\ &= 12 \text{ cm} - 3 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\boxed{GM = 9 \text{ cm.}}$$

4.

— 1 point : justification.
— 1 point : bonne réponse.

(MN) et (EF) sont toutes deux perpendiculaires à (EG) donc

$$\boxed{(MN) \text{ et } (EF) \text{ sont parallèles.}}$$

5.

— 1 point : vérification es hypothèses du théorème de Thalès.
— 1 point : évocation du théorème de Thalès.
— 1 point : égalité de rapports de longueurs.
— 1 point : résolution correctement argumentée.
— 1 point : réponse numérique.

* Il y a une configuration de Thalès : triangles emboîtés.
* $(MN) \parallel (EF)$.

Nous en déduisons, d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{GM}{EG} = \frac{GN}{FG}.$$

Donc :

$$\frac{9}{12} = \frac{GN}{13}$$

Avec un produit en croix :

$$\begin{aligned}
9 \times 13 &= 12 \times GN \\
117 &= 12GN \\
\frac{117}{12} &= \frac{12GN}{12} \\
9{,}75 &= GN
\end{aligned}$$

$GN = 9{,}75$ cm.