Brevet blanc 2.

Exercice 1 **20 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Aucune justification n'est demandée.

Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées. Une seule est exacte.

Une réponse fausse ou une absence de réponse n'enlève aucun point.

Recopier le numéro de chaque question et la réponse exacte correspondante.

1	$\frac{3}{4} - \frac{5}{4} \times \frac{1}{2}$ est égal à	$-\frac{2}{4}$	$-\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$
2	L'écriture scientifique de $0{,}000\,054\,9$ est	$5{,}49$	549×10^{7}	$5{,}49 \times 10^{-5}$
3	Le nombre $\left(5\sqrt{2}\right)^2$ est égal à	10	50	100
4	Une voiture parcourt 230 km en 2 h 30 min. Sa vitesse moyenne est	100 km/h	60 km/h	92 km/h
5	IJK est un triangle rectangle en I tel que : IK = 2,7 cm et KJ = 4,5 cm. Quelle est la longueur du côté [IJ] ?	12,96 cm	3,6 cm	1,8 cm

— 4 points par question, tout ou rien.

1. À la calculatrice ou à la main :

$$\begin{aligned}\frac{3}{4}-\frac{5}{4}\times\frac{1}{2} &= \frac{3\times 2}{4\times 2}-\frac{(\times 1}{4\times 2}\\ &= \frac{6}{8}-\frac{5}{8}\\ &= \frac{1}{8}\end{aligned}$$

$\boxed{\frac{1}{8}.}$

2. On peut utiliser la calculatrice ou des ordres de grandeurs.

$$\boxed{0{,}000\,054\,9 = 5{,}49\times 10^{-5}.}$$

3. À la calculatrice ou à la main :

$$\begin{aligned}\left(5\sqrt{2}\right)^2 &= \left(5\sqrt{2}\right)\times\left(5\sqrt{2}\right)\\ &= 5\times\sqrt{2}\times 5\times\sqrt{2}\\ &= 5\times 5\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\\ &= 25\times\sqrt{2}^2\\ &= 25\times 2\\ &= 50\end{aligned}$$

$\boxed{50.}$

4.

$$\begin{aligned}2\text{ h}+30\text{ mn} &= 2\text{h}+0{,}5\text{h}\\ &= 2{,}5\text{h}\end{aligned}$$

Donc

$$\begin{aligned} v &= \frac{d}{t} \\ &= \frac{230 \text{ km}}{2{,}5 \text{ h}} \\ &= \frac{230}{2{,}5} \text{ km/h} \\ &= 92 \text{ km/h} \end{aligned}$$

$$\boxed{92 \text{ km/h.}}$$

5. Évidemment la rédaction n'est pas un attendu. IJK est rectangle en I donc, d'après le théorème de Pythagore :

$$IJ^2 + IK^2 = JK^2$$

Nous en déduisons successivement :

$$\begin{aligned} IJ^2 + 2{,}7^2 &= 4{,}5^2 \\ IJ^2 + 7{,}29 &= 20.25 \\ IJ^2 + 7{,}29 - 7{,}29 &= 20.25 - 7{,}29 \\ IJ^2 &= 12{,}96 \end{aligned}$$

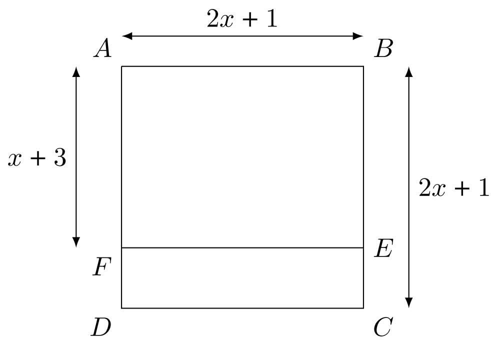
Puisque $IJ \geqslant 0$:

$$\begin{aligned} IJ &= \sqrt{12{,}96} \\ &= 3{,}6 \end{aligned}$$

$$\boxed{IJ = 3{,}6 \text{ cm.}}$$

Exercice 2 **20 points**

Sur la figure dessinée ci-contre, ABCD est un carré et ABEF est un rectangle. On a AB = BC = $2x + 1$ et AF = $x + 3$ où x désigne un nombre supérieur à deux. L'unité de longueur est le centimètre.



Partie A : Étude d'un cas particulier $x = 3$.

1. Pour $x = 3$, calculer AB et AF.

4 points

— 1 point : utilisation d'une expression littérale correctement.
— 1 point : substitution de la lettre et remplacement par une valeur numérique.
— 1 point : valeur numérique pour AB.
— 1 point : valeur numérique pour AF.

$$AB = 2x + 1$$

donc, si $x = 3$, alors

$$\begin{aligned} AB &= 2 \times 3 + 1 \\ &= 6 + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

$$\boxed{AB = 7 \text{ cm.}}$$

$$AF = x + 3$$

donc, si $x = 3$, alors

$$\begin{aligned} AF &= 3 + 3 \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\boxed{AF = 6 \text{ cm.}}$$

2. Pour $x = 3$, calculer l'aire du rectangle FECD.

6 points

— 1 point : évocation du rectangle ou formule littérale adaptée.
— 1 point : formule correcte de l'aire du rectangle.
— 1 point : calcul de FE.
— 1 point : formule de calcul pour EC.
— 1 point : calcul de EC.
— 1 point : calcul de l'aire.

$FECD$ est un rectangle donc son aire est

$$\mathscr{A}(EFCD) = FE \times EC$$

Or, d'une part

$$\begin{aligned} FE &= AB \\ &= 7 \end{aligned}$$

et d'autre part

$$\begin{aligned} EC &= BC - BE \\ &= AB - AF \\ &= 7 - 6 \\ &= 1 \end{aligned}$$

donc

$$\mathscr{A}(EFCD) = 7 \times 1$$

$$\boxed{\mathscr{A}(EFCD) = 7 \text{ cm}^2.}$$

Partie B : Étude du cas général : x désigne un nombre supérieur à deux.

1. Exprimer la longueur FD en fonction de x.

— 1 point : formule de calcul pour FD.
— 1 point : formule avec les bonnes expressions littérales.
— 1 point : expression développée.

« en fonction de x » signifie qu'une égalité est attendue avec une expression littérale avec du x.

$$\begin{aligned} FD &= AD - AF \\ &= AB - AF \end{aligned}$$

Lorsqu'on remplace il ne faut pas oublier les parenthèses :

$$FD = (2x + 1) - (x + 3)$$

En développant puis en réduisant :

$$\begin{aligned} FD &= 2x + 1 - x - 3 \\ &= x - 2 \end{aligned}$$

$$\boxed{FD = x - 2.}$$

2. En déduire que l'aire de FECD est égale à $(2x+1)(x-2)$.

1 *points*

— 1 point : formule de l'aire du rectangle.

$FECD$ est un rectangle donc

$$\begin{aligned} \mathscr{A}(FECD) &= FD \times FE \\ &= FD \times AB \end{aligned}$$

Remplaçons sans oublier les parenthèses :

$$= (x-2) \times (2x+1)$$

$$\boxed{\mathscr{A}(FECD) = (2x+1)(x-2).}$$

3. Exprimer en fonction de x, les aires du carré ABCD et du rectangle ABEF.

4 *points*

— 1 point : formule de l'aire du carré.
— 1 point : formule littérale de l'aire du carré.
— 1 point : formule de l'aire du rectangle.
— 1 point : formule littérale de l'aire du rectangle.

$$\begin{aligned}\mathscr{A}(ABCD) &= (AB)^2 \\ &= (2x+1)^2\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}\mathscr{A}(ABEF) &= FA \times AB \\ &= (x+3) \times (2x+1)\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathscr{A}(ABCD) = (2x+1)^2 \text{ et } \mathscr{A}(ABEF) = (x+3)(2x+1).}$$

4. En déduire que l'aire du rectangle FECD est : $(2x+1)^2 - (2x+1)(x+3)$.

1 points

— 1 point : explication du lien avec la question précédente (formule ou phrase).

$$\mathscr{A}(FECD) = \mathscr{A}(ABCD) - \mathscr{A}(ABEF)$$

$$\boxed{\mathscr{A} = (2x+1)^2 - (x+3).}$$

5. Les deux aires trouvées aux questions 2 et 4 sont égales et on a donc :

$$(2x+1)^2 - (2x+1)(x+3) = (2x+1)(x-2)$$

Cette égalité traduit-elle un développement ou une factorisation ?

1 points

— 1 point : tout ou rien, pas de justification attendue.

il s'agit d'une factorisation.

Exercice 3 : **19 points**

Chaque été, Jean exploite son marais salant sur l'île de Ré, situé dans l'océan Atlantique, près de La Rochelle.

Son marais se compose de carreaux (carrés de 4 m de côté) dans lesquels se récolte le sel.

Partie A. Le gros sel

Chaque jour, il récolte du gros sel sur 25 carreaux. Le premier jour, afin de prévoir sa production, il relève la masse en kilogramme de chaque tas de gros sel produit par carreau.

Voici la série statistique obtenue :

34 ; 39 ; 31 ; 45 ; 40 ; 32 ; 36 ; 45 ; 42 ; 34 ; 30 ; 48 ; 43
32 ; 39 ; 40 ; 42 ; 38 ; 46 ; 31 ; 38 ; 43 ; 37 ; 47 ; 33.

1. Calculer l'étendue de cette série statistique.

2 points

— 1 point : formule correcte donnée numériquement ou littéralement.
— 1 point : résultat numérique.

$$\begin{aligned} e &= \max - \min \\ &= 48 - 30 \end{aligned}$$

$$\boxed{e = 18 \text{ kg.}}$$

2. Déterminer la médiane de cette série statistique et interpréter le résultat.

4 points

— 1 point : mise en évidence de l'ordre, éventuellement à la question précédente.
— 1 point : mise en évidence de la position centrale.
— 1 point : résultat numérique.
— 1 point : interprétation.

* On range : $30 < 31 \leqslant 31 < 32 \leqslant 32 < 33 < 34 \leqslant 34 < 36 < 37 < 38 \leqslant 38 < 39 \leqslant 39 < 40 \leqslant 40 < 42 \leqslant 42 < 43 \leqslant 43 < 45 \leqslant 45 < 46 < 47 < 48$.
* On trouve la position de la médiane dans la liste. $\frac{n}{2} = \frac{25}{2} = 12{,}5$. La série contient un nombre impair de données donc la médiane est la 13ième valeur.
* On lit la médiane. En utilisant dans la liste ordonnée :

$$\boxed{Me = 39 \text{ kg.}}$$

$$\boxed{\text{La moitié des carreaux produisent moins de 39 kg de sel.}}$$

3. Calculer la masse moyenne en kg des tas de gros sel pour ce premier jour.

2 points

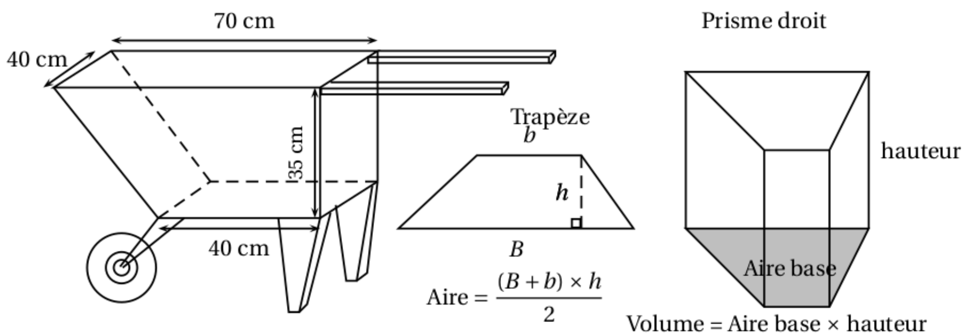
— 1 point : mise en évidence de la formule de la moyenne.
— 1 point : pou la réponse numérique.

$$\begin{aligned} \overline{x} &= (34 + 39 + 31 + \cdots + 33)\,/25 \\ &= \frac{965}{25} \end{aligned}$$

$$\boxed{\overline{x} = 38{,}6 \text{ kg.}}$$

Partie B. La fleur de sel

La fleur de sel est la mince couche de cristaux blancs qui se forme et affleure la surface des marais salants. Chaque soir, Jean cueille la fleur de sel à la surface des carreaux. Pour transporter sa récolte, il utilise une brouette comme sur le schéma ci-dessous.



1. Montrer que cette brouette a un volume de 77 litres.

7 points

— 1 point : utilisation pertinente de la formule du volume du prisme.
— 1 point : utilisation pertinente de la formule de l'aire de la base.

— 1 point : substitution correcte dans la formule de l'aire de la base.
— 1 point : substitution correcte dans la formule du volume du prisme.
— 1 point : réponse numérique correcte pour le volume du prisme indépendamment de l'unité.
— 1 point : conversion d'unité correcte.
— 1 point : donnée la réponse (même fausse) dans la bonne unité.

Le bac de la brouette est un prisme donc son volume est en cm^3 :

$$\mathscr{V}_{brouette} = \mathscr{B} \times H,$$

où

* $\mathscr{B}$ est l'aire de la base du prisme qui est un trapèze est donnée, en cm^2 par

$$\begin{aligned}\mathscr{B} &= \frac{(B+b)\times h}{2}\\ &= \frac{(70+40)\times 35}{2}\\ &= 1925\end{aligned}$$

* H est la hauteur du prisme et d'après l'énoncé : $H = 40$.

Donc

$$\begin{aligned}\mathscr{V}_{brouette} &= 1925 \times 40\\ &= 77\,000\end{aligned}$$

Or

$$\begin{aligned}77\,000\ \text{cm}^3 &= 77\,000 \times \frac{1}{1000}\ \text{L}\\ &= 77\ \text{L}\end{aligned}$$

Le volume de la brouette est bien de 77 L.

2. Sachant que 1 litre de fleur de sel pèse 900 grammes, calculer la masse en kg du contenu d'une brouette remplie de fleur de sel.

4 points

— 1 point : calcul par proportionnalité.
— 1 point : résultat numérique correcte peu importe l'unité.
— 1 point : pour la conversion.
— 1 point : résultat correcte dans l'unité demandée.

Par proportionnalité, la masse des 77 L de sel est :

$$\begin{aligned} m &= 77 \times 900 \text{ g} \\ &= 69\,300 \text{ g} \end{aligned}$$

Convertissons en kg :

$$m = 69\,300 \times \frac{1}{1000} \text{ kg}$$

$$\boxed{m = 69{,}3\text{kg.}}$$

EXERCICE 4 — 18 POINTS

Programme A	Programme B
• Choisir un nombre • Soustraire 3 • Calculer le carré du résultat obtenu	• Choisir un nombre • Calculer le carré de ce nombre • Ajouter le triple du nombre de départ • Ajouter 7

1. Corinne choisit le nombre 1 et applique le programme A.
   Expliquer en détaillant les calculs que le résultat du programme de calcul est 4.

   3 *points*

   — 2 point : utilisation respectueuse des étapes du programme.
   — 1 point : respect de priorités opératoires (utilisation de parenthèses).

   $1 \xrightarrow{-3} 1-3=-2 \xrightarrow{?^2} (-2)^2 = 4.$

2. Tidjane choisit le nombre -5 et applique le programme B. Quel résultat obtient-il ?

   3 *points*

   — 1 point : utilisation respectueuse des étapes du programme.
   — 1 point : respect de priorités opératoires (utilisation de parenthèses).
   — 1 point : résultat numérique exacte.

   $-5 \xrightarrow{?^2} (-5)^2 = 25 \xrightarrow{+3\times?} 25+3\times(-5) = 10 \xrightarrow{+7} 10+7 = 17.$

3. Lina souhaite regrouper le résultat de chaque programme à l'aide d'un tableur. Elle crée la feuille de calcul ci-dessous. Quelle formule, copiée ensuite à droite dans les cellules C3 à H3, a-t-elle saisie dans la cellule B3 ?

Le contenu de B2 est : =(B1−3) ^ 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre de départ	−3	−2	−1	0	1	2	3
2	Résultat du programme A	36	25	16	9	4	1	0
3	Résultat du programme B	7	5	5	7	11	17	25

2 *points*

— 1 point : respect de la présentation tableur (égal, étoile, chapeau ...).
— 1 point : formule mathématique exacte.

$$\boxed{\text{le contenu de B3 est : =B1 ∧ 2+3*B1 +7}}$$

4. Zoé cherche à trouver un nombre de départ pour lequel les deux programmes de calcul donnent le même résultat. Pour cela, elle appelle x le nombre choisi au départ et exprime le résultat de chaque programme de calcul en fonction de x.

   (a) Montrer que le résultat du programme A en fonction de x peut s'écrire sous forme développée et réduite : $x^2 - 6x + 9$.

   3 points

   — 1 point : utilisation de la formule littérale pour le programme A donnée à la question précédente.
   — 1 point : utilisation correcte de la double distributivité ou d'une identité remarquable pour développer.
   — 1 point : réduction correcte.

   Avec le programme A : $x \xrightarrow{-3} x - 3 \xrightarrow{?^2} (x-3)^2$.
   En développant, réduisant et ordonnant :

$$\begin{aligned}(x-3)^2 &= (x-3)(x-3)\\ &= x \times x + x \times 3 + 3 \times x + 3 \times 3\\ &= x^2 + 3x + 3x + 9\end{aligned}$$

   Finalement

$$\boxed{\text{le programme de calcul renvoie } x^2 - 6x + 9.}$$

(b) Écrire le résultat du programme B.

1 points

— 1 point : formule correcte.

Avec le programme B : $x \xrightarrow{?^2} x^2 \xrightarrow{+3\times?} x^2 + 3 \times x \xrightarrow{+7} x^2 + 3x + 7$.

$$\boxed{\text{Le résultat du programme B est } x^2 + 3x + 7.}$$

(c) Existe-t-il un nombre de départ pour lequel les deux programmes donnent le même résultat ?
Si oui, lequel ?

6 points

— 1 point : démarche de recherche (test, essais, vérification, schéma, mise en équation, ...).
— 1 point : mise en équation en utilisant les formules précédemment trouvées.
— 1 point : démarche de résolution faisant clairement apparaître le souhait d'isoler le x.
— 1 point : résolution de l'équation correcte.
— 1 point : solution numérique exacte (quelque soit la démarche).
— 1 point : synthèse (vérification).

Dire que les programmes donnent le même résultat pour le même nombre de départ x c'est dire que : $x^2 + 6x + 9 = x^2 + 3x + 7$.

On en déduit successivement :

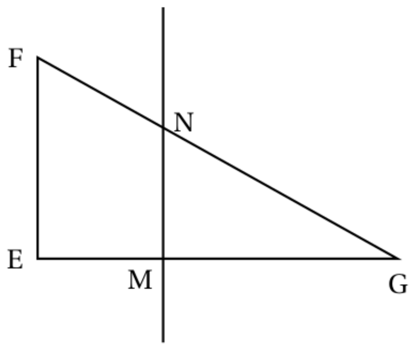
$$\begin{aligned}
x^2 - 6x + 9 - x^2 &= x^2 + 3x + 7 - x^2\\
-6x + 9 &= 3x + 7\\
-6x + 9 - 3x &= 3x + 7 - 3x\\
-9x + 9 &= 7\\
-9x + 9 - 9 &= 7 - 9\\
-9x &= -2\\
\frac{-9x}{-9} &= \frac{-2}{-9}\\
x &= \frac{2}{9}
\end{aligned}$$

On peut vérifier qu'en choisissant $\frac{2}{9}$ on obtient $\frac{625}{81}$ avec les deux programmes.

> Il existe un nombre de départ qui convient c'est $\frac{2}{9}$.

Exercice 5 **23 points**

EFG est un triangle rectangle en E tel que EF = 5 cm et FG = 13 cm.
La figure donnée n'est pas réalisée à l'échelle.



1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{\mathrm{EFG}}$. Arrondir au degré près.

7 points

- 1 point : évocation de l'angle droit.
- 1 point : utilisation d'une fonction trigonométrique.
- 1 point : utilisation du cosinus.
- 1 point : formule de définition correcte pour le cosinus.
- 1 substitution par les longueurs corrects.
- 1 point : réponse numérique correcte.
- 1 point : arrondi respecté.

Puisque EFG est rectangle en E :

$$\cos\left(\widehat{EFG}\right) = \frac{EF}{FG}$$

Donc :

$$\cos\left(\widehat{EFG}\right) = \frac{5}{13}$$

Avec la calculatrice nous en déduisons :

$$\widehat{EFG} \approx 67{,}38°$$

$$\boxed{\widehat{EFG} \approx 67°.}$$

2. Montrer que $\mathrm{EG} = 12$ cm.

6 points

- 1 point : vérification triangle rectangle.
- 1 point : évocation du théorème de Pythagore.
- 1 point : égalité de Pythagore correcte.

— 1 point : résolution de l'équation.
— 1 point : vérification de la positivité de EF.
— 1 point : réponse numérique correcte.

EFG est rectangle en E, donc, d'après le théorème de Pythagore :

$$EF^2 + EG^2 = FG^2$$

Nous en déduisons successivement :

$$\begin{aligned} 5^2 + EG^2 &= 13^2 \\ 25 + EG^2 &= 169 \\ 25 + EG^2 - 25 &= 169 - 25 \\ EG^2 &= 144 \end{aligned}$$

Puisque EG est positif (c'est une longueur) :

$$\begin{aligned} EG &= \sqrt{144} \\ EG &= 12 \end{aligned}$$

On a bien : $EG = 12$ cm.

3. On considère le point M sur [EG] tel que EM = 3 cm.
Calculer GM.

3 points

— 1 point : bonne formule.
— 1 point : utilisation des bonnes valeurs numériques.
— 1 point : bon résultat.

Puisque $M \in [EG]$:

$$\begin{aligned} GM &= EG - EM \\ &= 12 \text{ cm} - 3 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\boxed{GM = 9 \text{ cm.}}$$

4. La perpendiculaire à (EG) passant par M coupe [FG] en N.
   Les droites (MN) et (EF) sont-elles parallèles ? Justifier.

2 points

— 1 point : justification.
— 1 point : bonne réponse.

(MN) et (EF) sont toutes deux perpendiculaires à (EG) donc

$$\boxed{(MN) \text{ et } (EF) \text{ sont parallèles.}}$$

5. Calculer GN.

5 points

— 1 point : vérification es hypothèses du théorème de Thalès.
— 1 point : évocation du théorème de Thalès.
— 1 point : égalité de rapports de longueurs.
— 1 point : résolution correctement argumentée.
— 1 point : réponse numérique.

* Il y a une configuration de Thalès : triangles emboîtés.

* $(MN) \parallel (EF)$.

Nous en déduisons, d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{GM}{EG} = \frac{GN}{FG}.$$

Donc :

$$\frac{9}{12} = \frac{GN}{13}$$

Avec un produit en croix :

$$\begin{aligned} 9 \times 13 &= 12 \times GN \\ 117 &= 12GN \\ \frac{117}{12} &= \frac{12GN}{12} \\ 9{,}75 &= GN \end{aligned}$$

$GN = 9{,}75$ cm.