Devoir sur table du 29/09/2021.

I Exercice.

1. La bonne stratégie consiste ici à utiliser la calculatrice. Mais nous allons détailler le calcul.

$$\begin{aligned}\frac{4}{7}+\frac{5}{21} &= \frac{4\times3}{7\times3}+\frac{5}{21}\\ &= \frac{12}{21}+\frac{5}{21}\\ &= \frac{17}{21}\end{aligned}$$

Réponse (c).

2. Là encore une stratégie possible consiste à utiliser la calculatrice puisqu'il y a des valeurs numériques et pas littérale.
Avec la calculatrice : $\frac{1}{(-2)\times(-2)\times(-2)} = -0{,}125$. et $(-2)^{-3} = -0{,}125$.

$$\begin{aligned}\frac{1}{(-2)\times(-2)\times(-2)} &= \frac{1}{(-2)^3}\\ &= (-2)^{-3}\end{aligned}$$

Réponse (a).

3. Ici pas de calculatrice car il s'agit d'une expression littérale.

$$\begin{aligned}a^{10}\times a^{12} &= \underbrace{a\times\cdots\times a}_{10 \text{ fois}}\times\underbrace{a\times\cdots\times a}_{12 \text{ fois}}\\ &= \underbrace{a\times\cdots\times a}_{22 \text{ fois}}\\ &= a^{22}\end{aligned}$$

Réponse (b).

II Exercice.

1. (a) Il est possible de représenter les calculs avec des schémas de programmes de calculs.

   Indiquons les calculs successifs sous forme d'un tableau.

Étapes	Calculs
1	$2.$
2	$2+7=9.$
3	$3\times 9=27.$
4	$27-2=25.$

   Si on choisit 2 comme nombre de départ on obtient 25.

   (b)

Étapes	Calculs
1	$-8.$
2	$-8+7=-1.$
3	$3\times(-1)=-3.$
4	$-3-(-8)=5.$

   Si on choisit -8 comme nombre de départ on obtient 5.

2. Le résultat obtenu à l'étape précédente du programme de calcul est dans la cellule B4 et la valeur choisie au départ est dans la cellule B2 donc il faut choisir :

   =B4 − B2

3. (a)

Étapes	Calculs
1	$x.$
2	$x+7.$
3	$3\times(x+7).$
4	$3\times(x+7)-x.$

   Si on choisit x comme nombre de départ on obtient $3(x+7)-x$.

   (b) Pour montrer une égalité entre deux expressions algébriques il faut les développer et les réduire. Celle dans le membre de droite est déjà développée nous allons donc développer le membre de gauche.

$$\begin{aligned}
&\ 3(x+7)-x\\
&= 3\times x+3\times 7-x\\
&= 3x+21-x\\
&= 3\times x-1\times x+21\\
&= (3-1)\times x+21\\
&= 2x+21
\end{aligned}$$

On a bien : $3(x+7)-x=2x+21$.

4. En testant avec quelques valeurs on se rend compte que le résultat est faux.
   On peut aussi remarquer que $2x$ est pair mais 21 est impair, donc $2x+21$ est aussi impair.
   Pour montrer qu'un résultat général est faux il suffit de trouver un contre-exemple.

   Lorsque nous avons choisi 2 nous avons obtenu 25 qui est impair donc

   le résultat obtenu n'est pas toujours un nombre impair.

III Exercice.

1. Calculons le volume $\mathscr{V}_1$ de la pyramide de Khéops.

   Puisque c'est une pyramide :

$$\mathscr{V}_1 = \frac{\mathscr{B}\times h}{3}$$

   Or, la base étant un carré de côté 230,35 m :

$$\begin{aligned}
\mathscr{B} &= (230{,}35\text{ m})^2\\
&= 230{,}35^2\text{ m}^2
\end{aligned}$$

   et la hauteur est $h=137$ m, donc :

$$\begin{aligned}\mathscr{V}_1 &= \frac{230{,}35^2\ \text{m}^2 \times 137\ \text{m}}{3}\\ &= \frac{230{,}35^2 \times 137}{3}\ \text{m}^3\\ &\approx 2\,423\,124{,}594\ \text{m}^3\end{aligned}$$

La pyramide de Khéops à un volume de $2\,423\,125\ \text{m}^3$.

2. Calculons le volume $\mathscr{V}_2$ du cône.

   Puisque c'est un cône de révolution :

$$\mathscr{V}_2 = \frac{\mathscr{B} \times h}{3}$$

   Or, la base étant un disque de rayon 2 m :

$$\begin{aligned}\mathscr{B} &= \pi \times (2\ \text{m})^2\\ &= \pi \times 2^2\ \text{m}^2\\ &= 4\pi\ \text{m}^2\end{aligned}$$

   et la hauteur est $h = 3$ m, donc :

$$\begin{aligned}\mathscr{V}_2 &= \frac{4\pi\ \text{m}^2 \times 3\ \text{m}}{3}\\ &= \frac{4\pi \times 3}{3}\ \text{m}^3\\ &= 4\pi\ \text{m}^3\\ &\approx 12{,}566\ \text{m}^3\end{aligned}$$

Le volume du cône est $12{,}57\ \text{m}^3$.

IV Exercice.

1. Calculons CH.

   Puisque C, H et B sont alignés dans cet ordre :

$$\begin{aligned} CH &= CB - HB \\ &= CB - DA \\ &= 67 \text{ cm} - 39 \text{ cm} \\ &= (67 - 39) \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\boxed{CH = 28 \text{ cm.}}$$

2. Calculons DH.

   CDH est rectangle en H donc, d'après le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned} CH^2 + HD^2 &= CD^2 \\ 28^2 + HD^2 &= 53^2 \\ 784 + HD^2 &= 2809 \end{aligned}$$

   D'où :

$$\begin{aligned} HD^2 &= 2809 - 784 \\ &= 2025 \end{aligned}$$

   Enfin, HD étant une longueur c'est un nombre positif donc :

$$HD = 45$$

$$\boxed{DH = 45 \text{ cm.}}$$

3. Calculons l'aire $\mathscr{A}$ de $ABCD$.

   Puisque $ABCD$ est un trapèze d'après la formule rappelée dans l'énoncé :

$$\begin{aligned}\mathscr{A} &= \frac{(AD+BC)\times AB}{2}\\ &= \frac{(39+67)\times 45}{2}\\ &= 2385\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathscr{A} = 2\,385 \text{ cm}^3.}$$

4. Déterminons le volume $\mathscr{V}$ du composteur.

   Le composteur est un prisme donc

$$\mathscr{V} = \mathscr{B} \times h$$

   Or sa base est trapèze dont l'aire a déjà été calculée :

$$\begin{aligned}\mathscr{B} &= \mathscr{A}\\ &= 2\,385 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

   et la hauteur est $h = 70$ cm, donc

$$\begin{aligned}\mathscr{V} &= 2\,385 \text{ cm}^2 \times 70 \text{ cm}\\ &= 2\,385 \times 70 \text{ cm}^2 \cdot \text{cm}\\ &= 166\,950 \text{ cm}^3\\ &= 0{,}166\,95 \text{ m}^3\end{aligned}$$

$$\boxed{\text{Le composteur a un volume de } 0{,}166\,95 \text{ m}^3.}$$

$$\boxed{\text{Le composteur n'a pas un volume d'environ } 0{,}5 \text{ m}^3.}$$