Théorème de Thalès.

I Les configurations de Thalès.

1 Triangles emboîtés.

2 Papillon.

II Le théorème de Thalès.

Exercice 1.
Exercices des pages 198 et 199.

Correction de l'exercice 1 ....

Exercice 9 page 199.

Calculons HF.

On a

- Une configuration de Thalès avec les triangles emboîtés.
- $(FH) \perp (HB)$ et $(MN) \perp (HB)$ donc $(FH) \parallel (MN)$.

Donc, d'après le théorème de Thalès

$$\frac{BM}{BH} = \frac{BN}{BF} = \frac{MN}{HF}.$$

D'où on déduit successivement :

$$\begin{aligned}
\frac{16}{112} &= \frac{14}{HF} \\
\frac{16}{112} \times HF &= \frac{14}{HF} \times HF \\
\frac{16}{112} HF &= 14 \\
\frac{112}{16} \times \frac{16}{112} HF &= \frac{112}{16} \times 14 \\
HF &= 98
\end{aligned}$$

$$\boxed{HF = 98 \text{ m.}}$$

.... fin de la correction de l'exercice 1.

III La réciproque du théorème de Thalès.

IV La contraposée du théorème de Thalès.

Exercice 2.

Exercices 20 à 23 page 201.

Correction de l'exercice 2 . . . .

Exercice 20 page 201.

(a) Démontrons que $(ST) \parallel (RP)$.

On a

i. Configuration de Thalès avec triangles emboîtés.

ii. D'une part : $\frac{IR}{IS} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$, d'autre part : $\frac{IP}{IT} = \frac{4{,}8}{6} = \frac{4}{5}$ donc $\frac{IR}{IS} = \frac{IP}{IT}$.

Nous déduisons des deux points précédents d'après la réciproque du théorème de Thalès que

$$\boxed{(ST) \parallel (RP).}$$

(b) Calculons ST.

On a :

- Une configuration de Thalès avec les triangles emboîtés.
- $(ST) \parallel (RP)$.

Donc, d'après le théorème de Thalès

$$\frac{IR}{IS} = \frac{RP}{ST}.$$

D'où on déduit successivement :

$$\begin{aligned}
\frac{8}{10} &= \frac{10}{ST} \\
ST \times \frac{8}{10} &= ST \times \frac{10}{ST} \\
ST\frac{8}{10} &= 10 \\
ST\frac{8}{10} \times \frac{10}{8} &= 10 \times \frac{10}{8} \\
ST &= 12{,}5
\end{aligned}$$

$$\boxed{ST = 12{,}5 \text{ cm.}}$$

(c) Étudions la position relative des droites (MN) et (ST).

On a :

- Une configuration de Thalès avec la papillon.
- D'une part $\frac{IS}{IN} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$, d'autre part : $\frac{IT}{IM} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ donc $\frac{IS}{IN} \neq \frac{IT}{IM}$.

Donc, d'après la contraposée du théorème de Thalès :

$$\boxed{(MN) \nparallel (ST).}$$

Exercice 21 page 202.
Il est parallèle au sol (utilisation de la réciproque du théorème de Thalès configuration papillon.)

Exercice 22 page 201.

(a) Un petit programme de construction. Conjecture : $(CV) \parallel (AO)$.

(b) Configuration papillon, contraposée du théorème de Thalès, on montre : $(CV) \nparallel (AO)$

Exercice 23 page 201.

(a)
$$\frac{AK}{AD} = \frac{AJ}{AC} = \frac{KJ}{DC},$$
et
$$\frac{AJ}{AC} = \frac{AI}{AB} = \frac{JI}{CB}.$$

(b) À la question précédente on a démontré les deux égalités : $\frac{AK}{AD} = \frac{AJ}{AC}$ et $\frac{AJ}{AC} = \frac{AI}{AB}$ donc, par transitivité : $\frac{AK}{AD} = \frac{AI}{AB}$. Nous pourrons donc démontrer que $(IK) \parallel (BD)$.

. . . . fin de la correction de l'exercice 2.