

Statistiques.

Exemples.

Dans cette leçon nous utiliserons les deux exemples suivants.

1. Dans l'entreprise *A* les salaires des employés sont : 1 420 €, 1 420 €, 1 270 €, 1 270 €, 1 270 €, 1 520 €, 1 850 €, 1 520 €, 1 420 €, 1 420 €, 2 100 €, 1 420 €, 1 850 €.
2. Dans l'entreprise *B* les salaires des employés sont : 1310 €, 1312 €, 1327 €, 1345 €, 1347 €, 1349 €, 1327 €, 2990 €, 1350 €, 1560 €, 2030 €, 1283 €, 1350 €, 1290 €, 1270 €, 2920 €, 1301 €, 2980 €.

I Indicateurs de position.

1 Moyenne.

Définition 1

La *moyenne* d'une série de données est la somme de ces données divisée par l'effectif total.

Exemples.

1. Calculons la moyenne des salaires en euros dans l'entreprise *A*.
Il y a 13 salaires donc :

$$\begin{aligned}
 m &= (1\,420 + 1\,420 + 1\,270 + 1\,270 + 1\,270 + 1\,520 + 1\,850 + 1\,520 + \\
 &\quad 1\,420 + 1\,420 + 2\,100 + 1\,420 + 1\,850) \div 13 \\
 &\approx 1\,519,23 \text{ en arrondissant au centième par défaut}
 \end{aligned}$$

Dans l'entreprise *A* le salaire moyen est de 1 519,23 €.

Interprétation : si les salaires étaient distribués équitablement (le même pour tous) chacun recevrait 1 519,23 €.

2. Il y a 18 salaires donc le salaire moyen est :

$$m = (1310 + 1312 + 1327 + 1345 + 1347 + 1349 + 1327 + 2990 + 2920 + 1301 + 2980) \div 18$$

$$= (1350 + 1560 + 2030 + 1283 + 1350 + 1290 + 1270 + 2920 + 1301 + 2980) \div 18$$

$$\approx 1\,646,72 \text{ en arrondissant au centième par défaut}$$

Dans l'entreprise B le salaire moyen est de 1 646,72 €.

Interprétation : si les salaires étaient distribués équitablement (le même pour tous) chacun recevrait 1 646,72 €.

Remarques.

1. Dans l'exemple ci-dessus la division est écrite en ligne avec le symbole \div pour des raisons pratiques. Le calcul de moyenne peut se faire avec une fraction.
2. Interprétation de la moyenne : la moyenne est la valeur qu'on obtient en partageant équitablement toutes les valeurs.

2 Médiane.

D'après les salaires moyens il semble qu'il soit plus intéressant de travailler dans l'entreprise B .

Regardons si un nouvel indicateur statistique confirmerait cela.

Définition 2

Une *médiane* d'une série de données est un nombre, noté Me , tel qu'au moins la moitié des valeurs de la série soient inférieures (ou égales) à Me et au moins la moitié supérieures (ou égales) à Me .

Exemples.

1. Pour déterminer la médiane on suit trois étapes.
 - Ranger les données dans l'ordre croissant.
1 270 €, 1 270 €, 1 270 €, 1 420 €, 1 420 €, 1 420 €, 1 420 €, 1 420 €, 1 520 €, 1 520 €, 1 850 €, 1 850 €, 2 100 €.
 - Calculer la moitié de l'effectif total.
 $\frac{13}{2} = 6,5$. Il y aura 6 petites valeurs et autant de grandes.

- Lecture de la médiane.

$$\underbrace{1270 - 1270 - 1270 - 1420 - 1420 - 1420}_{6 \text{ valeurs}} - \boxed{1420}_{Me} - \underbrace{1420 - 1520 - 1520 - 1850 - 1850 - 2100}_{6 \text{ valeurs}}$$

Dans l'entreprise A le salaire médian est de 1 420 €.

Interprétation : la moitié des employés ont un salaire inférieur ou égale 1 420 € et l'autre moitié un salaire supérieur à 1 420 €.

- 1270 €, 1283 €, 1290 €, 1301 €, 1310 €, 1312 €, 1327 €, 1327 €, 1345 €, 1347 €, 1349 €, 1350 €, 1350 €, 1560 €, 2030 €, 2920 €, 2980 €, 2990 €.
- $\frac{18}{2} = 9$. Il y aura 9 valeurs grandes et autant de petites.
-

$$\underbrace{1270 - 1283 - 1290 - 1301 - 1310 - 1312 - 1327 - 1327}_{9 \text{ valeurs}} - \boxed{1345}_{Me} - \boxed{1347}_{Me} - \underbrace{1349 - 1350 - 1350 - 1560 - 2030 - 2920 - 2980 - 2990}_{9 \text{ valeurs}}$$

Dans l'entreprise B un salaire médian est, par exemple, 1 346 €.

Interprétation : la moitié des employés ont un salaire inférieur ou égale 1 346 € et l'autre moitié un salaire supérieur à 1 346 €.

Remarques.

1. Interprétation d'une médiane : une médiane est une valeur limite qui sépare le groupe des petites valeurs de celui des grandes valeurs.
2. Lorsque l'effectif total est pair il y a une infinité de valeurs possibles pour la médiane deux valeurs centrales v_1 et v_2 de la série. La convention est de prendre la moyenne de v_1 et v_2 .
3. Pour déterminer une médiane il y a trois étapes :
 - ranger les données dans l'ordre croissant,
 - trouver la moitié de l'effectif total,
 - lire une valeur médiane.
4. La médiane est un indicateur qui n'est pas sensible aux changements des valeurs extrêmes contrairement à la moyenne.
5. Lorsque l'effectif est pair comme dans le second exemple il peut y avoir plusieurs médiane possible.

II Indicateur de dispersion.

Comme nous l'avons avec nos deux exemples, la moyenne et la médiane ne reflètent pas les écarts entre les données de la série. Nous allons introduire un outil qui permet de mesurer ces variations.

Définition 3

L'*étendue* d'une série de données est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de la série.

Exemples.

1. Le plus grand salaire est 2 100 euros et le plus petit 1 270. $2100 - 1270 = 830$.

Pour l'entreprise *A* l'étendue est de 830 €.

Interprétation : il y a 830 euros d'écart entre le plus petit et le plus grand salaire de l'entreprise.

2. Le plus grand salaire est 5 600 euros et le plus petit 1 270. $2990 - 1270 = 1720$.

Pour l'entreprise *B* l'étendue est de 1720 €.

Interprétation : nous dirons que les salaires de l'entreprise *A* sont moins dispersés que ceux de l'entreprise *B*.

Exercice 1. Application.

Exercices 1, 2, 3 et 4 page 174, exercice 5 page 175 du manuel Myriade.

Correction de l'exercice 1

Exercice 1 page 174.

- (a) $m = 7$, $Me = 5$, $e = 8$.
- (b) $m = \frac{3}{2}$, $Me = 1,5$, $e = 3$.
- (c) $m = 10$, $Me = 9$, $e = 17$.
- (d) $m = \frac{9}{2}$, $Me = 4,5$, $e = 5$.

Exercice 2 page 174.

- (a) $m \approx 12,142857$.
- (b) $10 \leq 10 < 11 < 12 \leq 12 < 14 < 16$. $Me = 12$.

(c) $e = 16 - 10 = 6$.

Exercice 3 page 174.

(a) $m \approx 40$

(b) $22,1 < 23 < 33 < 35 < 41,9 < 55 < 68$. $Me = 35$

(c) $e = 68 - 22,1 = 45,9$.

Exercice 4 page 174.

(a) $m = 161,0952381$.

(b) $Me = 178$.

(c) $e = 221$.

Exercice 5 page 175.

(a) $m = 61,698333$.

(b) $Me = 61,335$.

(c) $e = 4,67$.

..... [fin de la correction de l'exercice 1.](#)

III Différentes façons de présenter des données statistiques.

1 Série brute.

Il s'agit de la liste des valeurs telles qu'elles ont été récupérés : sans ordre, en répétant parfois la même valeur.

2 Des tableaux d'effectifs et de fréquences.

Les tableaux ont vocation à regrouper les valeurs identiques (ou proches) de façon à simplifier la lecture des données.

Exemples.

1.

Salaire (en €)	1 270	1 420	1 520	1 850	2 100
Effectif	3	5	2	2	1
Fréquence (en %)	23,08	38,46	15,39	15,39	7,69

2. Pour l'entreprise B , les salaires étant presque tous distincts, le précédent tableau est sans intérêt.

Nous allons regrouper les valeurs par classes d'amplitude 500.

Salaire (en €)	[1000; 1500[[1500; 2000[[2000; 2500[[2500; 3000]
Effectif	13	1	1	3
Fréquence (en %)	72,22	5,56	5,56	16,67

Remarques.

1. Habituellement les valeurs de la série sont rangées dans l'ordre croissant dans un tableau d'effectifs ou de fréquences.
2. Les tableaux sont surtout utilisés pour les séries regroupant un grand nombre de valeurs ce qui n'est pas le cas avec nos exemples.
3. Lorsque les données sont toutes différentes on regroupe les données par classes *classes* : toutes les données entre une valeur u_1 et une valeur u_2 sont rassemblées et la classe est notée $[u_1; u_2[$. L'écart entre u_1 et u_2 , c'est-à-dire $u_2 - u_1$ est appelé l'*amplitude* de la classe.

Exercice 2. Application.

Exercices 6, 7, 8, 9 page 175, 19 page 177 du manuel Myriade.

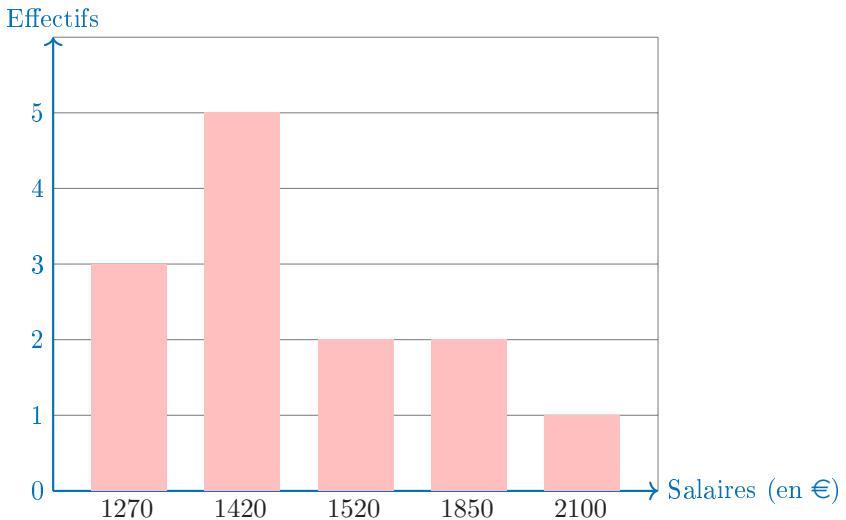
3 Diagramme en barres.

Dans un diagramme en barre les barres représentent les effectifs associés à chacune des données de la série.

Il s'agit d'une représentation graphique du précédent tableau.

Exemples.

1. Diagramme en barres des salaires dans l'entreprise A.



4 Diagramme circulaire.

5 Histogramme.

L'*histogramme* est une sorte de diagramme en barres mais pour les séries dont les données sont trop différentes les unes des autres.

Exemples.

1. Pour l'entreprise *A* le diagramme en barres convient. L'histogramme ne présente pas d'intérêt et il dissimule une partie des informations.

Exercice 3. Application.

Exercices 12 page 176 à 18 page 177 du manuel Myriade.