16 Signe d'une fonction.

I Signe des fonctions de référence.

II Signe d'une fonction affine.

Exercice 1.

Donnez le tableau de signe de f définie sur l'intervalle I dans les différents cas proposés.

1. $f(x) = 2x + 4$, $I = \mathbb{R}$.
2. $f(x) = 5x - 15$, $I = \mathbb{R}$.
3. $f(x) = -7x + 14$, $I = \mathbb{R}$.
4. $f(x) = -13x - 39$, $I = \mathbb{R}$.
5. $f(x) = x + 7$, $I = \mathbb{R}$.
6. $f(x) = x - \pi$, $I = \mathbb{R}$.
7. $f(x) = -x + \sqrt{2}$, $I = \mathbb{R}$.
8. $f(x) = -x - 2$, $I = \mathbb{R}$.
9. $f(x) = 3x + 7$, $I = \mathbb{R}$.
10. $f(x) = 5x - 4$, $I = \mathbb{R}$.
11. $f(x) = -4x + 13$, $I = \mathbb{R}$.
12. $f(x) = -3x - 4$, $I = \mathbb{R}$.
13. $f(x) = 5x + 12$, $I =]-\infty; -3[$.
14. $f(x) = 6x - 8$, $I = [-12; 10]$.
15. $f(x) = -8x + 12$, $I = \left[\frac{3}{2}; +\infty\right[$.
16. $f(x) = -3x - 24$, $I =]-8; 10[$.

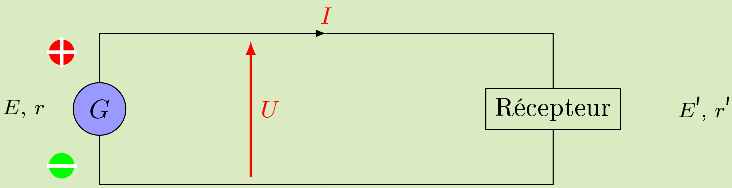
Exercice 2.

Une patinoire propose deux tarifs :
- tarif A : chaque entrée coûte $5,25$ €.
- tarif B : un abonnement annuel de 12 € et chaque entrée coûte alors $3,50$ €.

x désigne le nombre de fois qu'un patineur a fréquenté la patinoire.

1. (a) Donnez l'expression de la fonction f qui modélise le budget annuel pour la patinoire avec le tarif A et celle de g pour le tarif B.
   (b) Tracez ces deux fonctions dans un repère approprié (attention au choix des unités).
2. (a) Résolvez graphiquement $f(x) > g(x)$.
   (b) Résolvez par le calcul $f(x) > g(x)$.
   (c) Que peut faire le patineur de ces solutions quand il veut déterminer lequel des deux tarifs est le plus avantageux ?

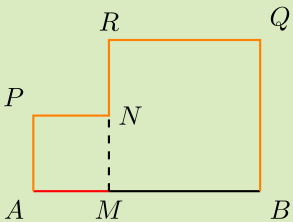
Exercice 3.



Dans le circuit ci-dessus, le générateur possède une force électromotrice E et une résistance interne r. La tension U_1 à ses bornes est une fonction affine de l'intensité I du courant électrique selon la formule $U_1 = E - rI$.
De même, le récepteur possède une force contre électromotrice $E^{'}$ et une résistance interne $r^{'}$. La tension U_2 aux bornes du récepteur est également une fonction affine de l'intensité du circuit I selon la formule $U_2 = E^{'} + r^{'}I$.

1. Nous supposerons que $E = 300$V, $E^{'} = 200$ V, $r = 10\ \Omega$ et $r^{'} = 5\ \Omega$.
   Tracez dans un même repère la courbe représentative de U_1 en fonction de I et de U_2 en fonction de I.
2. Lorsque le circuit est branché, la tension aux bornes du générateur est égale à la tension aux bornes du récepteur.
   Montrez alors que $I = \frac{E-E^{'}}{r+r^{'}}$.

Exercice 4.



$AB = 6$ cm. M est un point du segment $[AB]$ et nous noterons $AM = x$. Dans le même demi-plan de frontière (AB), sont construit les carrés $AMNP$ et $MBQR$.
f est la fonction qui à x associe la longueur $f(x)$ de la ligne polygonale $APNRQB$ (tracée en orange sur la figure ci-contre).
La figure a été faite dans le cas où x est compris entre 0 et 3.

Trouvez l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles la longueur de la ligne polygonale est comprise entre 14 et 16 cm.

Exercice 5.

Une revue n'est distribuée que sur abonnement annuel. Le nombre d'abonnés $A(x)$ est donné en fonction du prix x de l'abonnement en euros par :

$$A(x) = -50x + 12\,500, \text{ pour } x \geq 0.$$

1. Si l'abonnement est fixé à $x = 50$ €, quel est le nombre d'abonnés $A(x)$?
2. (a) Quel est le sens de variation de la fonction A ?
   (b) Comment évolue le nombre d'abonnés quand le prix de l'abonnement augmente ?
   (c) De combien varie le nombre d'abonnés quand le prix augmente de 1 € ?
3. (a) Calculez $A(250)$.
   (b) Pour quelles valeurs de x a-t-on $A(x) \geqslant 0$?
4. La recette.
   (a) Le prix de l'abonnement est de 50 €.
   Quelle est la recette correspondante ?
   (b) Le prix de l'abonnement est x ($0 \leqslant x \leqslant 250$). Montrez que la recette est $R(x) = x(-50x + 12\,500)$.
   (c) À l'aide de la calculatrice, dressez le tableau de variation de R puis conjecturez le prix de l'abonnement qui semble assurer la recette maximale.

Exercice 6.

Au quotidien pour exprimer une température, on utilise le degré Celsius (noté °C).
En physique et en chimie on préfère utiliser l'unité de température absolue : le kelvin (noté K).
On sait que :
0 °C correspond à 273,15 K ;
0 K (appelé *zéro absolu*) correspond à −273,15 °C.
On sait aussi qu'une augmentation de 1 °C entraîne une augmentation de 1 K.

1. Soit x une température exprimée en degrés Celsius. Déterminez l'expression $f(x)$ de cette température exprimée en kelvins.
2. Soit x une température exprimée en kelvins. Déterminez l'expression $g(x)$ de cette température exprimée en degrés Celsius.
3. Soit x une température exprimée en kelvin. Calculez $f\,(g(x))$.

Exercice 7.

Le degré Celsius (noté °C) et le degré Fahrenheit (noté °F) sont deux unités de température.
Dans l'échelle Celsius, la température de fusion de l'eau est de 0 °C et la température d'ébullition est de 100 °C (dans des conditions normales de pression atmosphérique).
Dans l'échelle Fahrenheit, la température de fusion de l'eau est de 30 °F et la température d'ébullition est de 212 °F (dans des conditions normales de pression atmosphérique).
On sait que la relation qui relie degrés Celsius et degrés Fahrenheit est affine.

1. Soit x une température exprimée en degrés Celsius. Déterminez l'expression de $f(x)$ de cette température exprimée en degré Fahrenheit.
2. Soit x une température exprimée en degrés Fahrenheit. Déterminez l'expression de $g(x)$ de cette température exprimée en degré Celsius.
3. Recopiez et complétez le tableau de conversion suivant.

°F	-40	0			23	32	41			68	77			
°C			-15	-10				10	15			30	35	37

Exercice 8.

Exercice 9.

Exercice 20 page 141 du manuel Sesamath : dresser le tableau de signe à partir de la représentation graphique déterminer l'expression algébrique avec l'ordonnée à l'origine puis en résolvant une équation d'inconnue b en choisissant un point quelconque de la droite.

Exercice 10.

Exercice 21 page 141 du manuel Sesamath. Modifiez l'énoncé en : déterminez l'expression algébrique de la fonction affine représentée dans le repère.