# 16 Signe d'une fonction.

## I Signe des fonctions de référence.

Étudier le signe d'une fonction consiste à déterminer toutes les valeurs de sa variable $x$ pour lesquelles on obtient des images, $f(x)$, strictement positives mais aussi les valeurs pour lesquelles les images sont strictement négatives et enfin celles pour lesquelles les images sont nulles.

On résume l'étude du signe d'une fonction par un tableau de signe comme dans les propositions ci-dessous.

Proposition 1

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x^2$ | | $+$ | $0$ | $+$ | |

Proposition 2

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x^3$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

Proposition 3

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{x}$ | | $-$ | $\|$ | $+$ | |

Proposition 4

| $x$ | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $\sqrt{x}$ | | $z$ | $+$ |

## II Signe d'une fonction affine.

Les outils que nous venons d'introduire vont nous permettre de faire une étude générale du signe d'une fonction affine.

Étudier le signe d'une fonction c'est-à-dire, suivant les valeurs de $x$ si $f(x)$ est positif ou négatif.

Exemples.

Soit $h : \left\{ \begin{array}{lcl} \mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & -7x+49 \end{array} \right.$

* On cherche les valeurs de $x$ telles que

$$h(x) > 0$$

Cette inéquation équivaut successivement à :

$$\begin{aligned} -7x+49 &> 0 \\ -7x+49-40 &> 0-49 \\ -7x &> -49 \\ \frac{-7x}{-7} &< \frac{-49}{-7} \\ x &< 7 \\ x &\in ]-\infty;7[ \end{aligned}$$

* En procédant comme précédemment nous obtiendrions que l'ensemble des solutions de l'équation $h(x)=0$ est $\{7\}$.
* Des deux points précédents nous déduisons que $h(x) < 0$ lorsque $x \in ]7;+\infty[$.

Nous résumerons cette étude sous forme d'un tableau :

| $x$ | $-\infty$ | | $7$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $h(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

### Proposition 5 - Signe des fonctions affines.

Soient :

. $a$ et $b$ deux nombres réels,

. $f : x \mapsto ax + b$ une fonction affine définie sur $\mathbb{R}$.

Si $a > 0$, alors :

| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{b}{a}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

### Démonstration

Supposons $a > 0$ et démontrons qu'alors le tableau de signe proposé convient.

Recherchons pour quelles valeurs de $x$, $f(x) > 0$.

$$\begin{aligned} f(x) > 0 &\iff ax + b > 0 \\ &\iff ax + b - b > 0 - b \\ &\iff ax > -b \end{aligned}$$

Et comme $a > 0$ :

$$\begin{aligned} f(x) > 0 &\iff \frac{ax}{a} > -\frac{b}{a} \\ &\iff x > -\frac{b}{a} \\ &\iff x \in \left]-\frac{b}{a} ; +\infty\right[ \end{aligned}$$

Recherchons de même pour quelles valeurs de $x$, $f(x) = 0$.

$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\iff ax + b = 0 \\ &\iff x = -\frac{b}{a} \end{aligned}$$

■

### Remarques.

1. De même si $a < 0$ alors le tableau de signe est

| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{b}{a}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

2. Si $a = 0$ alors $f$ est la fonction constante égale à $b$ donc elle est toujours du même signe, celui de $b$.
3. Ces deux situations correspondent soit au cas d'une droite qui monte soit au cas d'une droite qui descend.

Exemples.

1. Considérons la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f : x \mapsto 2x + 8$.
   $f$ est une fonction affine avec $a = 2$ et $b = 8$.
   $a > 0$ et $-\frac{b}{a} = -\frac{8}{2} = -4$ donc, d'après le cours,

| $x$ | $-\infty$ | | $-4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

2. Considérons la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g : x \mapsto -4x + 10$.
   $g$ est une fonction affine avec $a = -4$ et $b = 10$.
   $a < 0$ et $-\frac{b}{a} = -\frac{10}{-4} = \frac{5}{2}$ donc

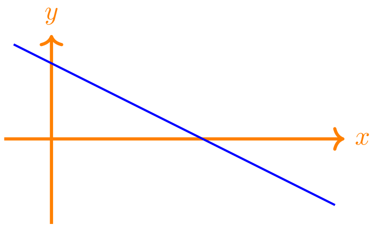
| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{5}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

La connaissance des variations de la fonction affine permet de retrouver les tableaux de signes en raisonnant à partir de la courbe représentative.

Exemples.

Étudions par exemple le signe de $f : x \mapsto -2x + 4$.

* $f$ est une fonction affine avec $a = -2$ et $b = 4$.
* le coefficient directeur est strictement négatif, $a < 0$ donc $f$ est strictement décroissante.
  Ceci se traduit graphiquement par une droite qui descend. Quelque chose comme :




Nous voyons sur ce schéma que la fonction prend d'abord des valeurs positives puis des valeurs négatives. Autrement dit nous pouvons déjà compléter le tableau de signe de la façon suivante :

| $x$ | $-\infty$ | | ? | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f$ | | + | 0 | − | |

Il nous reste à trouver pour quelle valeur de $x$, $f$ s'annule.

* $f$ s'annule en $-\frac{b}{a} = -\frac{4}{-2} = 2$. Ce résultat a été établi plus tôt dans cette leçon.

  Nous en déduisons le tableau de signe de $f$.

| $x$ | $-\infty$ | | 2 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f$ | | + | 0 | − | |

Exercice 1.

Donnez le tableau de signe de $f$ définie sur l'intervalle $I$ dans les différents cas proposés.

1. $f(x) = 2x + 4$, $I = \mathbb{R}$.
2. $f(x) = 5x - 15$, $I = \mathbb{R}$.
3. $f(x) = -7x + 14$, $I = \mathbb{R}$.
4. $f(x) = -13x - 39$, $I = \mathbb{R}$.
5. $f(x) = x + 7$, $I = \mathbb{R}$.
6. $f(x) = x - \pi$, $I = \mathbb{R}$.
7. $f(x) = -x + \sqrt{2}$, $I = \mathbb{R}$.
8. $f(x) = -x - 2$, $I = \mathbb{R}$.
9. $f(x) = 3x + 7$, $I = \mathbb{R}$.
10. $f(x) = 5x - 4$, $I = \mathbb{R}$.
11. $f(x) = -4x + 13$, $I = \mathbb{R}$.
12. $f(x) = -3x - 4$, $I = \mathbb{R}$.
13. $f(x) = 5x + 12$, $I = ]-\infty; -3[$.
14. $f(x) = 6x - 8$, $I = [-12; 10]$.
15. $f(x) = -8x + 12$, $I = \left[\frac{3}{2}; +\infty\right[$.
16. $f(x) = -3x - 24$, $I = ]-8; 10[$.

Correction de l'exercice 1

1.

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

2.

| $x$ | $-\infty$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

3.

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

4.

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

5.

| $x$ | $-\infty$ | | $-7$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

6.

| $x$ | $-\infty$ | | $\pi$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

7.

| $x$ | $-\infty$ | | $\sqrt{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

8.

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

9.

| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{7}{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

10.

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{4}{5}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

11.

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{13}{4}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

12.

| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{4}{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

13.

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $-\frac{12}{5}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

14.

| $x$ | $-12$ | | $\frac{4}{3}$ | | $10$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

15.

| $x$ | $\frac{3}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $0$ | $-$ | |

16.

| $x$ | $-8$ | | $10$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $\|$ | $-$ | $\|$ |

## Exercice 2.

Une patinoire propose deux tarifs :

— tarif A : chaque entrée coûte $5,25$ €.

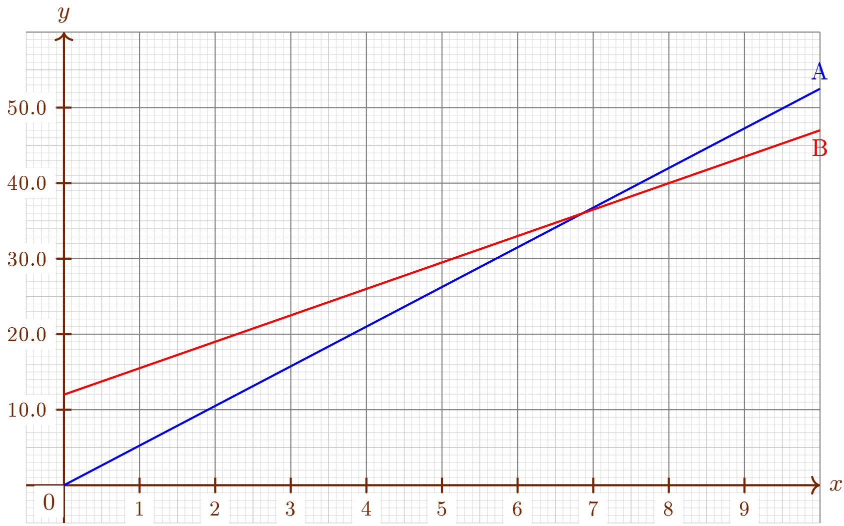
— tarif B : un abonnement annuel de 12 € et chaque entrée coûte alors $3,50$ €.

$x$ désigne le nombre de fois qu'un patineur a fréquenté la patinoire.

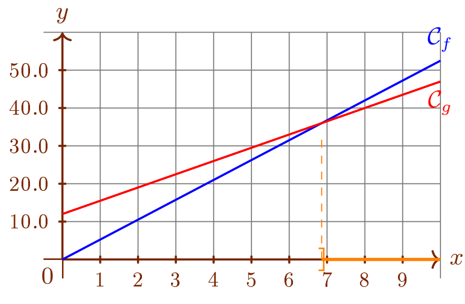
1. (a) Donnez l'expression de la fonction $f$ qui modélise le budget annuel pour la patinoire avec le tarif A et celle de $g$ pour le tarif B.
   (b) Tracez ces deux fonctions dans un repère approprié (attention au choix des unités).
2. (a) Résolvez graphiquement $f(x) > g(x)$.
   (b) Résolvez par le calcul $f(x) > g(x)$.
   (c) Que peut faire le patineur de ces solutions quand il veut déterminer lequel des deux tarifs est le plus avantageux ?

Correction de l'exercice 2

1. (a) $f(x) = 5,25x$ et $g(x) = 3,50x + 12$ pour tout $x \in [0; +\infty[$.
   (b) pour le tracer de la courbe représentative d'une fonction affine revoyez l'exercice 1 de cet leçon.




2. (a)




Par lecture graphique

l'ensemble des solutions de $f(x) > g(x)$ est $]6; +\infty[$.

   (b) Résolvons l'inéquation linéaire $f(x) > g(x)$.

   Cette inéquation équivaut successivement à

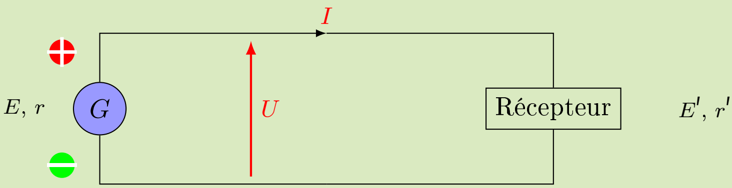
$$\begin{aligned}
5,25x &> 3,5x + 12 \\
5,25x - 3,5x &> 3,5x + 12 - 3,5x \\
(5,25 - 3,5)x &> 12 \\
1,75x &> 12 \\
\frac{1,75x}{1,75} &> \frac{12}{1,75} \\
x &> \frac{48}{7}
\end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $\boxed{\mathcal{S} = \left]\frac{48}{7}; +\infty\right[.}$

(c) En arrondissant à $10^{-2}$ par excès $\frac{48}{7} \approx 6,86$.

Si le patineur va 7 fois ou plus dans l'année la patinoire il doit choisir le forfait B sinon il doit choisir le forfait A.

Exercice 3.

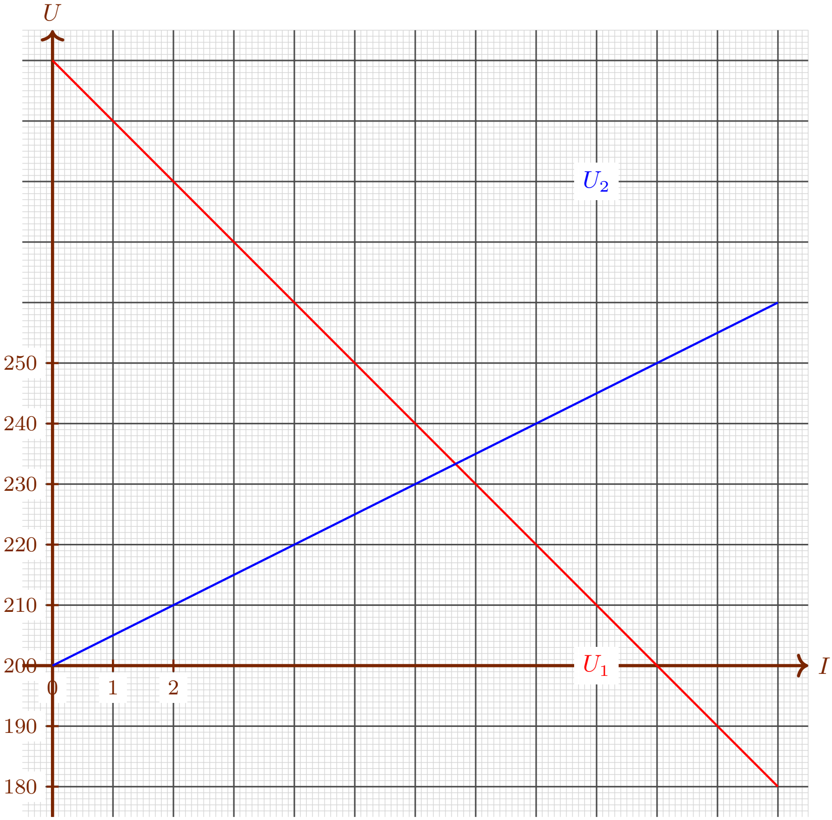



Dans le circuit ci-dessus, le générateur possède une force électromotrice $E$ et une résistance interne $r$. La tension $U_1$ à ses bornes est une fonction affine de l'intensité $I$ du courant électrique selon la formule $U_1 = E - rI$.
De même, le récepteur possède une force contre électromotrice $E'$ et une résistance interne $r'$. La tension $U_2$ aux bornes du récepteur est également une fonction affine de l'intensité du circuit $I$ selon la formule $U_2 = E' + r'I$.

1. Nous supposerons que $E = 300$V, $E' = 200$ V, $r = 10\ \Omega$ et $r' = 5\ \Omega$.
   Tracez dans un même repère la courbe représentative de $U_1$ en fonction de $I$ et de $U_2$ en fonction de $I$.
2. Lorsque le circuit est branché, la tension aux bornes du générateur est égale à la tension aux bornes du récepteur.
   Montrez alors que $I = \frac{E-E'}{r+r'}$.

Correction de l'exercice 3

1. les fonctions $U_1 : I \mapsto E - rI$ et $U_2 : I \mapsto E' + r'I$ sont des fonctions affines et leurs courbe représentatives sont donc des droites.
   Avec les valeurs numériques : $U_1 : I \mapsto 300 - 10 \times I$ et $U_2 : I \mapsto 200 + 5 \times I$.




2. Déterminons l'intensité pour laquelle les tensions aux bornes des générateur et récepteur.

   La tension est la même si et seulement si $U_1 = U_2$. Cette dernière égalité équivaut successivement à

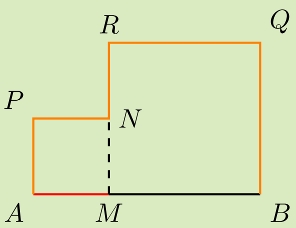
$$\begin{aligned} E - rI &= E' + r'I \\ E - rI - E' &= r'IE' - E' \\ E - E' - rI &= r'I \\ E - E' - rI + rI &= r'I + rI \\ E - E' &= r'I + rI \end{aligned}$$

On identifie un facteur commun :

$$E - E' = (r' + r)I$$
$$\frac{E - E'}{r' + r} = I$$

Lorsque les tensions sont égales $I = \frac{E-E'}{r+r'}$.

**Exercice 4.**




$AB = 6$ cm. $M$ est un point du segment $[AB]$ et nous noterons $AM = x$. Dans le même demi-plan de frontière $(AB)$, sont construits les carrés $AMNP$ et $MBQR$.
$f$ est la fonction qui à $x$ associe la longueur $f(x)$ de la ligne polygonale $APNRQB$ (tracée en orange sur la figure ci-contre).
La figure a été faite dans le cas où $x$ est compris entre 0 et 3.

Trouvez l'ensemble des valeurs de $x$ pour lesquelles la longueur de la ligne polygonale est comprise entre 14 et 16 cm.

Correction de l'exercice 4

Nous remarquons qu'il y aura deux cas suivant que $x \in [0;3]$ ou $x \in [3;6]$. Nous allons donc raisonner par disjonction des cas.

* Premier cas : supposons $x \in [0;3]$.
  Alors $f(x) = -2x + 18$.
  Nous voulons que $14 \leqslant f(x) \leqslant 16$. Cet encadrement équivaut au système
  $$\begin{cases} 14 \leqslant -2x + 18 \\ -2x + 18 \leqslant 16 \end{cases}$$
  Autrement dit :
  $$\begin{cases} x \leqslant 2 \\ 1 \leqslant x \end{cases}.$$
  Ce qui équivaut encore à : $x \in [0;3] \cap [1 : +\infty[ \cap ] - \infty; 2]$. Finalement : $x \in [1;2]$.
* Second cas : supposons $x \in [3;6]$.
  Nous pourrions nous contenter d'évoquer la symétrie du problème et affirmer que $[4;5]$ est aussi un ensemble de solutions au problème.
  Nous pouvons également reprendre le précédent raisonnement avec, dans ce cas, $f(x) = 2x + 6$.

L'ensemble des solutions du problème est $[1;2] \cup [4;5]$.

Exercice 5.

Une revue n'est distribuée que sur abonnement annuel. Le nombre d'abonnés $A(x)$ est donné en fonction du prix $x$ de l'abonnement en euros par :

$$A(x) = -50x + 12\,500, \text{ pour } x \geq 0.$$

1. Si l'abonnement est fixé à $x = 50$ €, quel est le nombre d'abonnés $A(x)$ ?
2. (a) Quel est le sens de variation de la fonction $A$ ?
   (b) Comment évolue le nombre d'abonnés quand le prix de l'abonnement augmente ?
   (c) De combien varie le nombre d'abonnés quand le prix augmente de 1 € ?
3. (a) Calculez $A(250)$.
   (b) Pour quelles valeurs de $x$ a-t-on $A(x) \geqslant 0$ ?
4. La recette.
   (a) Le prix de l'abonnement est de 50 €.
   Quelle est la recette correspondante ?
   (b) Le prix de l'abonnement est $x$ ($0 \leqslant x \leqslant 250$). Montrez que la recette est $R(x) = x(-50x + 12\,500)$.
   (c) À l'aide de la calculatrice, dressez le tableau de variation de $R$ puis conjecturez le prix de l'abonnement qui semble assurer la recette maximale.

Correction de l'exercice 5

1. $A(50) = 10\,000$.
2. (a) Déterminons le sens de variation de $A$.

   $A$ est une foncion affine avec $a = -50$ et $b = 12\,500$.
   Puisque $a < 0$

   $A$ est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

   (b) Quand le prix de l'abonnement augmente le nombre d'abonnés diminue.
   (c) Lorsque le prix de l'abonnement augmente de 1 €, passant de $x$ à $x + 1$ alors le nombre d'abonné varie de

$$\begin{aligned} A(x+1) - A(x) &= -50(x+1) + 12\,500 - [-50x + 12\,500] \\ &= -50 \end{aligned}$$

Lorsque l'abonnement augmente de 1 euro le nombre d'abonnés diminue de 50.

3. (a) $A(250) = 0$.

   (b) Résolvons : $A(x) \geq 0$.

   L'inéquation proposée équivaut successivement à

$$\begin{aligned} -50x + 12\,500 &\geqslant 0 \\ -50x + 12\,500 - 12\,500 &\geqslant 0 - 12\,500 \\ -50x &\geqslant 12\,500 \\ \frac{-50x}{-50} &\leqslant \frac{12\,500}{-50} \\ x &\leq 250 \end{aligned}$$

$A(x) \geqslant 0$ si et seulement si $x \leqslant 250$.

4. (a) Expression de la recette.

   Si le prix de l'abonnement est de 50 euros, alors le nombre d'abonnés est de $A(50) = 10\,000$.
   La recette est donc par proportionnalité

$$50 \times 10\,000 = 500\,000.$$

Si le prix de l'abonnement de 50 euros alors la recette est de 500 mille euros.

   (b) déterminons la recette pour un abonnement à $x$ euros.

   Si le prix de l'abonnement est de $x$ euros alors, le nombre d'abonné étant de $A(x)$,par proportionnalité,

$$R(x) = x \times A(x)$$

quelque soit $x \in [0; 250]$

$R(x) = x(-50x + 12\,500)$.

(c) Avec la calculatrice nous obtenons une parabole qui présente un sommet dont les coordonnées sont $(125; 781\,250)$.
Donc

$$\boxed{\text{la recette maximale est de } 781\,250 \text{ euros.}}$$

## Exercice 6.

Au quotidien pour exprimer une température, on utilise le degré Celsius (noté °C).
En physique et en chimie on préfère utiliser l'unité de température absolue : le kelvin (noté K).
On sait que :
0 °C correspond à $273,15$ K ;
0 K (appelé *zéro absolu*) correspond à $-273,15$ °C.
On sait aussi qu'une augmentation de 1 °C entraîne une augmentation de 1 K.

1. Soit $x$ une température exprimée en degrés Celsius. Déterminez l'expression $f(x)$ de cette température exprimée en kelvins.
2. Soit $x$ une température exprimée en kelvins. Déterminez l'expression $g(x)$ de cette température exprimée en degrés Celsius.
3. Soit $x$ une température exprimée en kelvin. Calculez $f(g(x))$.

Correction de l'exercice 6

1. L'énoncé n'est pas très explicite mais le fait que qu'une augmentation de 1 °C entraîne une augmentation de 1 K peut s'interpréter en disant que la température en kelvin est une fonction affine de la température en degré Celsius et dont le coefficient directeur est donc (taux d'accroissement) égale à 1.
   Ainsi $f(x) = x + b$.
   Pour trouver $b$ utilisons une valeur remarquable. 0 °C correspond à $273,15$ K donc on doit avoir : $f(0) = 273,15$. Autrement dit $b = 273,15$.
   $$\boxed{f(x) = x + 273,15}$$
2. De même
   $$\boxed{g(x) = x - 273,15}$$
3. $$\begin{aligned} f(g(x)) &= f(x - 273,15) \\ &= (x - 273,15) + 273,15 \\ &= x \end{aligned}$$

$$f\left(g(x)\right) = x.$$

Dans ce cas les fonctions $f$ et $g$ sont dites *réciproques* l'une de l'autre. C'est une propriété extrêmement intéressante pour une fonction.

### Exercice 7.

Le degré Celsius (noté °C) et le degré Fahrenheit (noté °F) sont deux unités de température.
Dans l'échelle Celsius, la température de fusion de l'eau est de 0 °C et la température d'ébullition est de 100 °C (dans des conditions normales de pression atmosphérique).
Dans l'échelle Fahrenheit, la température de fusion de l'eau est de 30 °F et la température d'ébullition est de 212 °F (dans des conditions normales de pression atmosphérique).
On sait que la relation qui relie degrés Celsius et degrés Fahrenheit est affine.

1. Soit $x$ une température exprimée en degrés Celsius. Déterminez l'expression de $f(x)$ de cette température exprimée en degré Fahrenheit.
2. Soit $x$ une température exprimée en degrés Fahrenheit. Déterminez l'expression de $g(x)$ de cette température exprimée en degré Celsius.
3. Recopiez et complétez le tableau de conversion suivant.

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| °F | -40 | 0 | | | 23 | 32 | 41 | | | 68 | 77 | | | |
| °C | | | $-15$ | $-10$ | | | | 10 | 15 | | | 30 | 35 | 37 |

### Exercice 8.

### Exercice 9.

Exercice 20 page 141 du manuel Sesamath : dresser le tableau de signe à partir de la représentation graphique déterminer l'expression algébrique avec l'ordonnée à l'origine puis en résolvant une équation d'inconnue $b$ en choisissant un point quelconque de la droite.

Correction de l'exercice 9

1. Déterminons l'expression algébrique de $f$.

   Puisque $f$ est une fonction affine, elle admet une expression algébrique de l forme $f(x) = ax + b$. Nous devons donc trouver $a$ et $b$.

   * Nous avons déjà remarqué que $b = f(0)$. Or, par lecture graphique, $f(0) = 1$ donc $b = 1$.

* Pour calculer $a$ nous allons utiliser une équation. Nous avons trouvé $b$ en utilisant le point de la droite de coordonnées $(0;1)$, or une droite est déterminée par la donnée de deux points donc nous devons considérer un second point.
  Le point de coordonnées $(-3;-1)$ appartient à la droite donc $f(-3) = -1$. Cette dernière égalité équivaut successivement à

$$\begin{aligned} a \times (-3) + 1 &= -1 \\ -3a + 1 &= -1 \\ -3a &= -2 \\ a &= \frac{-2}{-3} \end{aligned}$$

  Enfin $a = \frac{2}{3}$.

$$f : x \mapsto \frac{2}{3}x + 1.$$

2. Par lecture graphique

| $x$ | $-\infty$ | | $-1,5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

Exercice 10.

Exercice 21 page 141 du manuel Sesamath. Modifiez l'énoncé en : déterminez l'expression algébrique de la fonction affine représentée dans le repère.

Correction de l'exercice 10

Les techniques vues dans cet exercice seront utiles pour l'étude des droites du plan.

Déterminons l'expression algébrique de la fonction $f$ représentée graphiquement.

Puisque $f$ est une fonction affine elle est de la forme $f(x) = ax + b$.

* $b$ est l'ordonnée à l'origine donc $b = f(0)$. Or graphiquement $f(0) = 1,2$ donc $b = 1,2$.
* $f$ est une fonction affine donc son coefficient directeur est le taux d'accroissement de $f$ entre n'importe qu'elles valeurs $x_1$ et $x_2$ (distinctes).
  Choisissons par exemple $x_1 = -1$ et $x_2 = 3$. Alors

$$a = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$$

Par lecture graphique des images :

$$\begin{aligned} a &= \frac{2-(-1)}{-1-3} \\ &= -\frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\boxed{f : x \mapsto -\tfrac{3}{4}x + 1,2.}$$