

# 10 Évolutions.

## I Évolutions successives.

### Exercice 1.

Cherchez l'erreur.

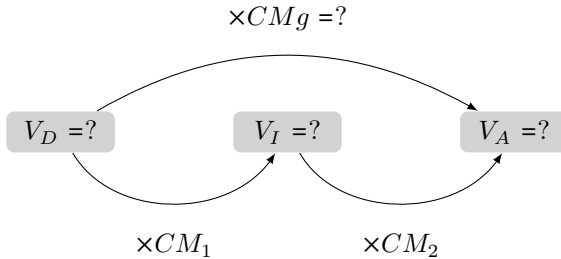
Vidéo 1.

Vidéo 2.

On considère une grandeur  $V$  (chiffre d'affaires, nombre de clients, valeur en euros, ...) qui varie en prenant trois valeurs différentes :

- $V_D$  la valeur de départ,
- $V_I$  la valeur intermédiaire,
- $V_A$  la valeur d'arrivée.

Les valeurs  $V_D$ ,  $V_I$  et  $V_A$  sont inconnues, seuls les taux d'évolutions (et donc les coefficients multiplicateurs) entre ces valeurs sont connus. Nous souhaitons trouver le *taux d'évolution global* entre  $V_D$  et  $V_A$ .



### Proposition 1

Le *coefficient multiplicateur de l'évolution global* est le produit des coefficients multiplicateurs intermédiaires :

$$CM_g = CM_1 \times CM_2$$

### Remarques.

1. Il n'y pas de formule simple avec les taux d'évolution.

### Exercice 2.

Un article augmente de 10% puis baisse de 20%. Quel est le taux d'évolution global de cet article en pourcentage ?

Correction de l'exercice 2

Calculons le taux d'évolution global.

Déterminons les coefficients multiplicateurs intermédiaires.

Première évolution hausse de 10%.

Coefficient multiplicateur :

$$\begin{aligned} CM_1 &= 1 + \frac{10}{100} \\ &= 1 + \frac{10}{100} \\ &= 1,10 \end{aligned}$$

Seconde évolution baisse de 20%.

Coefficient multiplicateur :

$$CM_2 = 1 + \frac{-20}{100} = 0,80$$

Déterminons le coefficient multiplicateur global grâce à la précédente proposition.

Donc le coefficient multiplicateur global des deux évolutions est :

$$\begin{aligned} CM_g &= CM_1 \times CM_2 \\ &= 1,10 \times 0,80 \\ &= 0,88 \end{aligned}$$

Traduisons ce coefficient multiplicateur en taux.

Donc le taux d'évolution global est :

$$\begin{aligned} t_g &= 100 \times (CM_g - 1) \\ &= 100 \times (0,88 - 1) \\ &= -12 \end{aligned}$$

L'évolution globale est une baisse de 12 %.

Le résultat concernant les coefficients multiplicateurs se généralise à plus que deux évolutions.

### Exercice 3.

Le contrat de travail d'un employé prévoit une augmentation salariale annuelle de 2,5% pendant dix ans. Quel est le taux d'évolution du salaire en dix ans ?

Correction de l'exercice 3

$$\begin{aligned} CM_g &= CM_a^{10} \\ &= 1,025^{10} \end{aligned}$$

Donc :

$$\begin{aligned} t_g &= 100(CM_g - 1) \\ &\approx 28,01 \end{aligned}$$

## Exercice 4.

En France, en 2010, le montant de la T.V.A. sur les biens manufacturés est égale à 19,6 % du prix hors taxes.

1. Est-il plus avantageux pour l'acheteur que le vendeur lui propose une réduction de 15 % sur le prix H.T. ou sur le prix T.T.C. ?
2. Un véhicule coûte 34 698 € H.T. Le vendeur propose à un client 8 % de remise sur le prix T.T.C.  
Quel est le prix payé par ce client ?

Correction de l'exercice 4

1.

$$\begin{aligned} CM_g &= CM_1 \times CM_2 \\ &= 1,196 \times 0,85 \end{aligned}$$

Mais du fait de la commutativité du produit nous avons aussi  $CM_g = CM_2 \times CM_1$ .

2.

$$\begin{aligned} V_A &= V_D \times CM_g \\ &= 34698 \times 1,196 \times 0,92 \\ &= 38178,90336 \end{aligned}$$

**II Évolution réciproque.**

## Proposition 2

Pour retrouver la valeur de départ lors d'une évolution nous utiliserons :

$$V_D = \frac{V_A}{CM}$$

Remarques.

1. Autrement dit  $V_D = \frac{1}{CM} \times V_A$ . On dit alors que  $\frac{1}{CM}$  est le *coefficient multiplicateur réciproque*.

## Exercice 5.

Un ordinateur est proposé en promotion à 600 euros après avoir baissé de 12 %. Quel était son prix avant la promotion ?

Correction de l'exercice 5

Retrouvons la valeur de départ  $V_D$ .

Il y a eu une baisse de 12 % et donc un coefficient multiplicateur qui fut appliqué a été de

$$\begin{aligned} CM &= 1 + \frac{t}{100} \\ &= 1 + \frac{-12}{100} \\ &= 0,88 \end{aligned}$$

Donc la valeur de départ était

$$\begin{aligned} V_D &= \frac{1}{CM} \times V_A \\ &= \frac{1}{0,88} \times 600 \\ &\approx 681,81 \end{aligned}$$

Le prix initial de l'ordinateur était de 681,81 €.

## Exercice 6.

Un article augmente de 20 %. Quel taux dois-je lui appliquer pour qu'il retrouve sa valeur initiale ?

Correction de l'exercice 6

Calculons le taux réciproque.

Il y a eu une augmentation de 20 % ce qui correspond au coefficient multiplicateur :

$$\begin{aligned} CM &= 1 + \frac{t}{100} \\ &= 1 + \frac{20}{100} \\ &= 1,20 \end{aligned}$$

D'où le coefficient multiplicateur réciproque

$$\begin{aligned} CM_r &= \frac{1}{CM} \\ &= \frac{1}{1,20} \\ &\approx 0,83333 \end{aligned}$$

Et le taux réciproque est donc (en pourcentage)

$$\begin{aligned} t_r &= 100 \times (CM_r - 1) \\ &\approx 100 \times (0,8333 - 1) \\ &\approx -16,67 \end{aligned}$$

Pour qu'il retrouve sa valeur initiale il faut lui appliquer une baisse de 16,67 %.

#### Exercice 7.

En France la consommation de yaourts, par an et par personne, a baissé de 22,7 % entre 1998 et 2008, pour atteindre 51,5 kg.  
Calculez la consommation annuelle par personne en 1998.

#### Correction de l'exercice 7

$$V_D \approx 66,6 \text{ kg.}$$

#### Exercice 8.

Le montant total des dons effectués par les Français a augmenté de 4 % entre 2014 et 2015 pour atteindre 4,5 milliards d'euros.  
Quel était le montant des dons en 2014.

#### Correction de l'exercice 8

$$V_D \approx 4,3.$$

### III Exercices.

#### Exercice 9.

Étude du marché solaire thermique dans 21 pays de l'Union européenne.

Sur l'année	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Croissance par rapport à l'année précédente en pourcentage (%)	11	25	47	-9	60	-10

Calculez le taux d'évolution global pour ces six années.

Correction de l'exercice 9

$$CM_g \approx 2,6727246$$

$$t_g \approx 167,27$$

## Exercice 10.

Sur deux années le nombre d'abonnés à un journal provincial augmente de 5 % puis augmente de 8 % pour atteindre 62 370 abonnés.

Calculez le nombre d'abonnés deux ans avant.

Correction de l'exercice 10

$$V_D = \frac{V_A}{CM_1 \times CM_2} \approx 55000.$$

## Exercice 11.

Durant les vacances un article a augmenté de 15 % en juillet puis de 20 % en août.

À quel taux est-il soldé en septembre pour revenir à son prix initial.

Correction de l'exercice 11

$$t_r = 100 \times (CM_1 \times CM_2 - 1) \approx -27,54.$$

## Exercice 12.

Un cadre dirigeant avait un salaire de 7 000 € mensuel et un complément annuel de 90 000 € pour couvrir tous ses frais (transports, hôtellerie, rémunération d'un collaborateur ...). Par mesure comptable, on supprime le complément et on augmente le salaire. De quel pourcentage faut-il augmenter le salaire pour couvrir les mêmes frais ?

Correction de l'exercice 12

$$\frac{12 \times 7000 + 90000}{12} = 14500$$

$$\frac{14500 - 7000}{7000} \times 100 \approx 107,14.$$