

04 Théorème de Pythagore.

I Médiane et cercle circonscrit.

1 Médiane.

2 Cercle circonscrit.

Exercice 1.

Soient ABC un triangle et I le milieu de $[BC]$. Tracez la médiane $[AI]$ et la hauteur $[CH]$. Démontrez que le triangle BHI est isocèle.

Exercice 2.

Deux cercles de centre O et O' se coupent en E et F . Soient R le symétrique de E par rapport à O et A le symétrique de E par rapport à O' . Montrez que les points R , F et A sont alignés.

Exercice 3.

Soient P , A et U trois points alignés. Une droite passant par A coupe le cercle de diamètre $[PA]$ en I et le cercle de diamètre $[AU]$ en T . Démontrez que $(PI) \parallel (UT)$.

II Propriété de Pythagore.

Exercice 4.

Calculez une valeur approchée au centième par excès du rayon du cercle circonscrit à un carré de côté 9 m.

Exercice 5.

Calculez le périmètre d'un losange dont les diagonales mesurent 16 cm et 3 cm.

Exercice 6.

Calculez la longueur d'un rectangle dont la largeur mesure 6,89 m et la diagonale 14,89 m.

Exercice 7.

ARC est un triangle rectangle en A tel que $CR = 53$ et $AC = 45$. Calculez une valeur approchée au dixième des longueurs des trois médianes du triangle.

III Distance d'un point à une droite.

Exercice 8.

Soient A , B et C trois points du plan.

- Après avoir placé les points A , B et C dans un repère, dessinez les projetés orthogonaux, respectivement, A' de A sur (BC) , B' de B sur (AC) et C' de C sur (AB) .
- Que remarquez-vous à propos des droites (AA') , (BB') et (CC') ?

Exercice 9.

Montrez que tout point d'une bissectrice d'un angle est équidistant aux demi-droites formant l'angle.

Exercice 10.

Démontrez le résultat suivant.

Soient A , B et C trois points alignés, distincts deux à deux. Si on note A' , B' et C' leurs projetés orthogonaux respectifs sur une droite Δ , non perpendiculaire à la droite (AB) alors :

$$\frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}.$$

Exercice 11.

ABC est un triangle isocèle en A tel que l'angle \widehat{BAC} est aigu. Le cercle de diamètre $[AB]$ coupe le segment $[AC]$ en B' .

- Faites une figure et justifiez que le point B' est le projeté orthogonal du point B sur la droite (AC) .
- On note C' le projeté orthogonal du point C sur la droite (AB) . Justifiez que $AC' = AB'$.
- Pourquoi a-t-on $BB' = CC'$?

Exercice 12.

ABC est un triangle équilatéral, H est le projeté orthogonale du point C sur la droite (AB) et K est le projeté orthogonal du point H sur la droite (BC) . Faites une figure et comparez les longueurs CH et HK .

Exercice 13.

1. Dessinez le triangle isocèle EFG tel que $EF = 9$, $FG = 6$ et $GE = 9$.
2. Notons P le projeté orthogonal de E sur (GF) et R celui de P sur (EG) . Dessinez les points P et R .
3. Comparez les longueurs EP et PR .

Exercice 14.

Soient ABC un triangle, I , J et K les milieux respectifs des côtés $[AB]$, $[BC]$ et $[AC]$, H le projeté orthogonal de A sur (BC) .

1. Faites une figure et indiquez quelle semble être la nature du quadrilatère $BIKJ$.
2. Prouvez que $HIKJ$ est un trapèze isocèle.

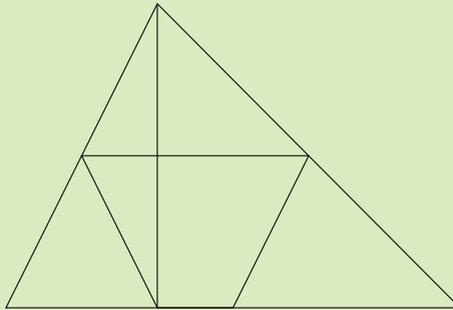
Exercice 15.

- 1.

IV Exercices

Exercice 16.

ABC est un triangle et H est la projection orthogonale de A sur $[BC]$. I , J et K désignent les milieux de $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$. Démontrez que le quadrilatère $JIHK$ a deux côtés parallèles et les autres de même longueur (c'est un trapèze isocèle).



Exercice 17.

Comment déterminer le centre d'un cercle à l'aide de la seule équerre non graduée et d'un crayon ?

Exercice 18.

Soient un cercle \mathcal{C} de rayon 3 cm et centre P et un point A tel que $AP = 7$ cm. Tracez le cercle de diamètre $[PA]$ qui coupe \mathcal{C} en U et S .

1. Démontrez que les droites (AU) et (SA) sont tangentes au cercle \mathcal{C} .
2. Calculez AU à 1 mm près.

