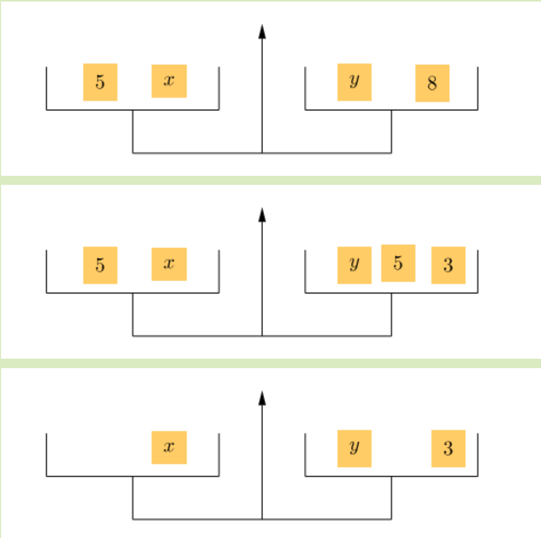
02 Équations du premier degré.

I Généralités sur les équations.

II Exemple.

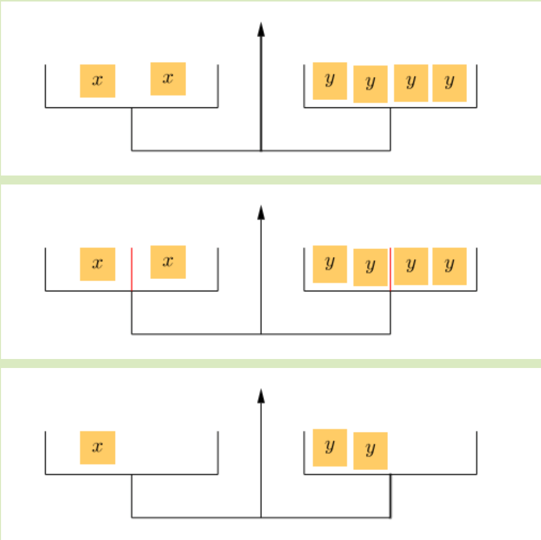
Exercice 1.

Trouvez le poids de x en fonction de celui de y grâce aux trois étapes suivantes.



Exercice 2.

Même objectif :



III Modifications autorisées sur les équations.

IV Équations du premier degré.

Exercice 3.

Résolvez les équations du premier degré suivantes d'inconnue x :

1. $x + 4 = 7$
2. $3x = 12$
3. $-3x + 4 = 13$
4. $-3x + 4 = 14x - 7$

Exercice 4.

Résolvez l'équation d'inconnue x :

$$\frac{2x}{3} = \frac{5x}{7}.$$

Exercice 5.

1. $2x - 3 = 5$,
2. $x + 4 = 5x - 2$,
3. $3(x+1) = 5x - 1$,
4. $-2(4-x) + 1 = 2$,
5. $\frac{2}{3}x = 4$,
6. $-3x = 4$,
7. $-6x = \frac{2}{3}$,
8. $-\frac{t}{3} = 2$,
9. $2(3x-1) - 5 = x + 1$,
10. $-3x + 4 = 2\left(x + \frac{2}{5}\right)$,
11. $3(x-2) - 1 = -2(x+4)$,
12. $2(4-3x) = -(x+5)$,
13. $2\left(\frac{x}{3} - 1\right) = x - \frac{1}{3}$,
14. $\frac{x-5}{7} = -3$,
15. $\frac{1}{4}x + \frac{1}{8} = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$,
16. $\frac{x-3}{2} = 2x + 1$.

Exercice 6.

Identifiez puis résolvez dans $\mathbb{R}$ les équations linéaires parmi les équations d'inconnue x suivantes :

1. $x^2 = 3x - 1$
2. $-4x + 2 = 10$
3. $\sqrt{x} + 1 = 3$
4. $9x - 1 = 2x - 15$
5. $\frac{1}{x} + 3 = 1$
6. $\frac{1}{3} = \frac{3x}{6} - 7$
7. $5x - 7 - x = 4x$
8. $\sqrt{7}x - 2 = -\pi$

V Équation quotient nul.

Exercice 7.

Résolvez l'équation d'inconnue x :

$$\frac{3x+2}{7x-1} = 2.$$

VI Équation produit-nul.

Exercice 8.

Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'équation d'inconnue x : $(-3x+7)(4x-6) = 0$

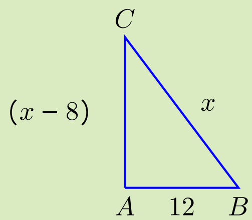
Exercice 9.

Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'équation d'inconnue x : $\dfrac{(x-3)(x+4)(x+4)}{(x+2)(x+4)(x-1)} = 0$.

VII Problèmes.

Exercice 10.

Trouver x pour que le triangle ABC soit rectangle en A.



Exercice 11.

Déterminez cinq nombres impairs consécutifs dont la somme est égale à 405.

Exercice 12.

Déterminez l'ensemble des valeurs interdites pour le calcul défini pour x réel par

$$\frac{\sqrt{x}}{2x-3}$$

Exercice 13.

Résolvez l'équation

$$\frac{2x-4}{x} = 3$$

Exercice 14.

Dans une assemblée, quarante personnes ont plus de 40 ans, un quart a entre 30 et 40 ans et un tiers a moins de 30 ans. Quel est le nombre de personnes de cette assemblée ?

Exercice 15.

Deux trains partent à 4 h du matin, l'un de la ville A vers la ville B, et l'autre de la ville B située à 315 km de A en direction de la ville A. À quelle heure se fera la rencontre, sachant que le premier roule à 90 $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ et le second à 120 $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$?

Exercice 16.

Un litre d'une boisson contient 7 % de sirop. Quel volume d'eau pure doit-on rajouter pour qu'un litre de cette nouvelle boisson contienne 5 % de sirop ?

Exercice 17.

Quel est le rayon d'un disque dont l'aire égale le périmètre ?

Exercice 18.

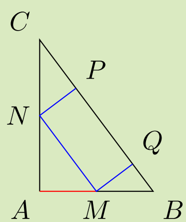
$ABCD$ est un carré de côté a (a nombre strictement positif). M est un point du segment $[BC]$. Déterminez le point M de façon que le rapport de l'aire du triangle ABM à celle du trapèze $ADCM$ soit égale à $\frac{1}{3}$.

Exercice 19.

ABC est un triangle équilatéral de côté a (a nombre strictement positif). Par le point P symétrique de C par rapport à Bon trace une droite (Δ) qui rencontre $[AB]$ en M et $[AC]$ en N. On pose $BM = x$.
Déterminez x tel que $CM = \frac{2a}{3}$.

Exercice 20.

Un triangle ABC est rectangle en A. Le segment $[AB]$ mesure 3 cm, le segment $[AC]$ mesure 4 cm. Soit M un point de $[AB]$: on pose $AM = x$.



On construit un rectangle $MNPQ$ inscrit dans le triangle comme l'indique la figure ci-dessus.
Déterminez x pour que $MNPQ$ soit un carré.

Exercice 21.

Problème publié dans le Liber Abaci *(1202) par Léonard de Pise dit Fibonacci.*

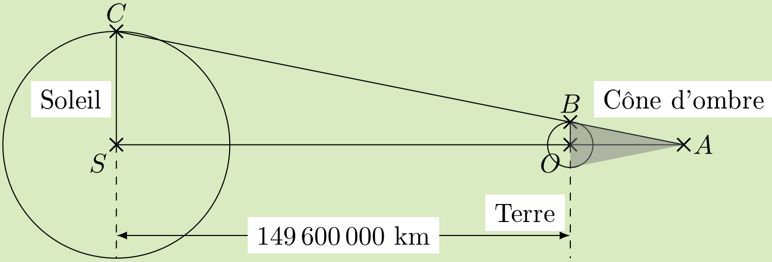
Deux tours élevées l'une de 30 pas, l'autre de 40 sont distantes de 50 pas ; entre les deux se trouve une fontaine vers le centre de laquelle deux oiseaux descendant des sommets des deux tours se dirigent du même vol et parviennent dans le même temps. Quelles sont les distances horizontales du centre de la fontaine aux deux tours ?

L'apport principal de *Léonard de Pise* (dit *Fibonacci*) fut l'introduction de la numération décimale dans le traité de comptabilité *Liber abaci* alors que l'Europe utilise encore les chiffres romains.

Son nom est resté célèbre jusqu'à nos jours grâce à une suite de nombres qui porte son nom et qui est associée au nombre d'or. Chaque terme de la suite de Fibonacci, qui commence par 0 puis 1, est la somme des deux précédents. Cette suite est souvent évoquée dans des thématiques ésotérique ou esthétique (comme le roman *Da Vinci code*).

Leonardo Fibonacci
(dall'opera *I benefattori dell'umanità*; vol. VI, Firenze, Ducci, 1850)

Exercice 22.



1. La distance moyenne Soleil-Terre (calculée de centre à centre) est de 149 600 000 km.

   Le rayon du soleil est de 696 000 km, celui de la Terre de 6 360 km.

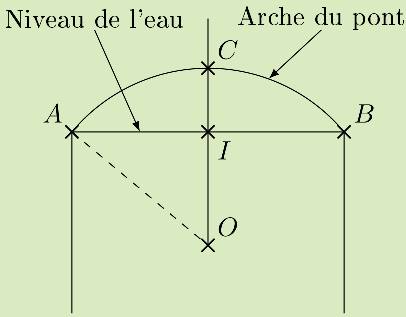
   Démontrez que la hauteur OA du cône d'ombre situé derrière la Terre est de 1 379 642 km par valeur approchée à l'unité près par excès.
2. Calculez le volume du cône d'ombre de sommet A et dont la base est formé par le disque de rayon OB.
3. La distance moyenne Terre-Lune (calculée de centre à centre) est de 382 000 km. Le rayon de la lune est de 1 738 km Étudiez la possibilité d'éclipses totales de la Lune en période de pleine lune.

Exercice 23.

Extrait du C.R.P.E. 2017 (concours de recrutement des professeurs des écoles).

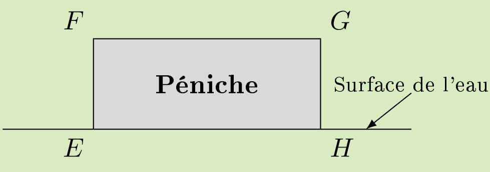
Péniche et pont.

Un pont a une arche en forme d'arc de cercle.
Lors d'une crue, l'eau atteint les sommets A et B des piliers du pont.
La hauteur maximale IC entre le niveau de l'eau et le sommet de l'arche est alors de 5 mètres. L'écartement AB entre les deux piliers du pont est de 24 mètres.
La situation est modélisée par le schéma suivant, qui n'est pas à l'échelle, sur lequel O est le centre de l'arc de cercle $\overset{\frown}{AB}$ et (CO) est l'axe de symétrie de la figure.



1. Montrer que le rayon OA de l'arche est $16,9$ m.

On assimile la coupe de la partie émergée d'une péniche, vue de face, à un rectangle de 4 mètres de haut et de 12 mètres de large.



La situation est modélisée par le schéma ci-dessus, qui n'est pas à l'échelle sur lequel on a $EH = 12$ m et $FE = 4$ m.

2.

VIII Exercices.

Exercice 24.

Résolvez l'équation en x.
Exemple :

$$\begin{aligned} x+3=0 &\Longleftrightarrow x+3-3=0-3 \\ &\Longleftrightarrow x=-3 \end{aligned}$$

a) $x+2=0.$ b) $x+7=0.$ c) $2\times x=0.$ d) $4x=0.$
e) $x\div 3=0.$ f) $\frac{x}{2{,}3}=0.$ g) $x-3=0.$ h) $x-12=0.$
i) $x-1,3=0.$ j) $3,7x=0.$ k) $x+3,7=0.$ l) $x+\frac{1}{2}=0.$
m) $x-\frac{13}{12}=0.$ n) $\frac{4}{3}x=0.$ o) $\frac{x}{\frac{1}{7}}=0.$ p) $\frac{\frac{x}{3}}{\frac{4}{7}}=0.$
q) $3-x=0.$ r) $-6-x=0.$ s) $-x+1=0.$ t) $-x+\frac{1}{3}=0.$

Exercice 25.

Résolvez l'équation en x.

a) $x+12=0.$ b) $x+\pi=0.$ c) $\sqrt{2}\times x=0.$ d) $2,7x=0.$
e) $x\div\sqrt{7}=0.$ f) $\dfrac{x}{10^3}=0.$ g) $x-5=0.$ h) $x-14=0.$
i) $x-2,71=0.$ j) $8,2x=0.$ k) $x+1,05=0.$ l) $x+\dfrac{3}{11}=0.$
m) $x-\dfrac{2}{6}=0.$ n) $\dfrac{10^3}{12\,345}x=0.$ o) $\dfrac{x}{\frac{\pi}{2\sqrt{2}}}=0.$ p) $\frac{\frac{x}{2}}{\frac{2}{3}}=0.$
q) $17-x=0.$ r) $-24-x=0.$ s) $-x+23=0.$ t) $-x+\dfrac{\pi}{2}=0.$

Exercice 26.

Résolvez l'équation en x. α, μ et y désignent des nombres non nuls.
Exemple :

$$\begin{aligned} 2x+1=0 &\iff 2x+1-1=0-1 \\ &\iff 2x=-1 \\ &\iff \frac{2x}{2}=\frac{-1}{2} \\ &\iff x=-\frac{1}{2} \end{aligned}$$

a) $3x+6=0$.
b) $4x-8=0$.
c) $-2x+4=0$.
d) $-7x-63=0$.
e) $8x-2=0$.
f) $6x-7=0$.
g) $-5x+9=0$.
h) $-13x-1=0$.
i) $1,5x+3=0$.
j) $2,7x-1,2=0$.
k) $-3,14x+12=0$.
l) $-1,32x-7,1=0$.
m) $\dfrac{1}{2}x+3=0$.
n) $\dfrac{2}{7}x-\dfrac{5}{4}=0$.
o) $-\dfrac{3}{11}x+\dfrac{2}{5}=0$.
p) $-\dfrac{13}{4}x-\dfrac{1}{7}=0$.
q) $\alpha x+1=0$.
r) $\mu x-y=0$.

Exercice 27.

Résolvez l'équation en x. α, μ et y désignent des nombres non nuls.

a) $4x+16=0$.
b) $8x-64=0$.
c) $-6x+18=0$.
d) $-11x-121=0$.
e) $8x-2=0$.
f) $8x-9=0$.
g) $-5x+12=0$.
h) $-17x-6=0$.
i) $0,14x+35=0$.
j) $12,1x-1,21=0$.
k) $-6,53x+89=0$.
l) $-3,65x-67,4=0$.
m) $\frac{7}{9}x+2=0$.
n) $\frac{4}{3}x-\frac{5}{8}=0$.
o) $-\frac{4}{6}x+\frac{2}{4}=0$.
p) $-\frac{2}{23}x-\frac{1}{9}=0$.
q) $3\alpha x+7=0$.
r) $\frac{1}{2}\mu x-y=0$.

Exercice 28.

Résolvez l'équation en x. α, μ et y désignent des nombres non nuls.
Exemple :

$$\begin{aligned} 2x+1=3x &\Leftrightarrow 2x+1-2x=3x-2x \\ &\Leftrightarrow 1=x \end{aligned}$$

a) $3x+6=4x$.
b) $4x-8=6x$.
c) $-2x+4=3x$.
d) $-7x-63=-4x$.
e) $8x-2=2x$.
f) $6x-7=x$.
g) $-5x+9=-3x$.
h) $-13x-1=-2x$.
i) $1,5x+3=1,2x$.
j) $2,7x-1,2=-2,1x$.
k) $-3,14x+12=7x$.
l) $-1,32x-7,1=8x$.
m) $\frac{1}{2}x+3=\frac{3}{2}x$.
n) $\frac{2}{7}x-\frac{5}{4}=-\frac{3}{7}x$.
o) $-\frac{3}{11}x+\frac{2}{5}=\frac{3}{5}x$.
p) $-\frac{13}{4}x-\frac{1}{7}=\frac{3}{7}x$.
q) $\alpha x+1=-3x$.
r) $\mu x-y=\mu$.

Exercice 29.

Résolvez l'équation en x. α, μ et y désignent des nombres non nuls.

a) $4x+16=2x$.
b) $8x-64=-4x$.
c) $-6x+18=-x$.
d) $-11x-121=-10x$.
e) $8x-2=4x$.
f) $8x-9=-7x$.
g) $12-5x=-11x$.
h) $-17x-6=-5x$.
i) $35+0,14x=3x$.
j) $12,1x-1,21=1,35x$.
k) $-6,53x+89=-7,1x$.
l) $-3,65x-67,4=-3x$.
m) $\frac{7}{9}x+2=\frac{5}{9}x$.
n) $-\frac{5}{8}+\frac{4}{3}x=-\frac{1}{3}x$.
o) $-\frac{1}{3}x+\frac{2}{4}=\frac{5}{3}x$.
p) $-\frac{2}{23}x-\frac{1}{9}=\frac{1}{2}x$.
q) $3\alpha x+7=3x$.
r) $\frac{1}{2}\mu x-y=\alpha x$.

Exercice 30.

Résolvez l'équation en x. α, μ, t et y désignent des nombres non nuls.
Exemple :

$$\begin{aligned} 2x+1=4+3x &\iff 2x+1-2x=4+3x-2x \\ &\iff 1=4+x \\ &\iff 1-4=4+x-4 \\ &\iff -3=x \end{aligned}$$

a) $2x+4=x+6$.
b) $3x-4=7-6x$.
c) $-x+1=3x+2$.
d) $-7x-63=5-4x$.
e) $8x-2=-3+2x$.
f) $-7+6x=11-x$.
g) $-5x+9=-3x+7$.
h) $-13x-1=-2x+5$.
i) $1,5x+3=4-1,2x$.
j) $2,7x-1,2=-2,1x-0,2$.
k) $-3,14x+12=7x-8$.
l) $-1,32x-7,1=8x+0,9$.
m) $\frac{1}{2}x+3=\frac{3}{2}x+1$.
n) $\frac{2}{7}x-\frac{5}{4}=-\frac{3}{7}x-\frac{3}{2}$.
o) $-\frac{3}{11}x+\frac{2}{5}=\frac{3}{5}x+\frac{1}{35}$.
p) $-\frac{13}{4}x-\frac{1}{7}=-\frac{15}{7}+\frac{3}{7}x$.
q) $\alpha x+1=-3x+t$.
r) $\mu x-y=3t-\mu x$.

Exercice 31.

Résolvez l'équation en x. α, μ, t et y désignent des nombres non nuls.

a) $3x+3=x+9$.
b) $2x-8=4-2x$.
c) $-x+7=2x+8$.
d) $-3x-6=3-2x$.
e) $3x-1=-2+x$.
f) $-4+7x=7-x$.
g) $-3x+12=-4x+2$.
h) $-5x-3=-2x+7$.
i) $2,5x+5=2-3,2x$.
j) $4,3x-2,5=-2,9x-0,5$.
k) $-3x+1,1=7x-1,1$.
l) $-2,2x-0,1=8x+0,1$.
m) $\dfrac{3}{2}x+2=\dfrac{1}{2}x+3$.
n) $\dfrac{5}{2}x-\dfrac{2}{5}=-\dfrac{3}{2}x-\dfrac{5}{3}$.
o) $-\dfrac{6}{11}x+\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{5}x+\dfrac{1}{3}$.
p) $-\dfrac{11}{2}x-\dfrac{2}{3}=-\dfrac{3}{4}+\dfrac{3}{2}x$.
q) $3\alpha x+11=-5\alpha x-t$.
r) $-\mu x+y=t+5\mu x$.