

Factorisation.

I La boîte à outils.

Factoriser c'est écrire une expression algébrique sous forme d'un produit.

Toute expression polynomiale est factorisable puisque : $P(X) = 1 \times P(X)$ (factorisation triviale).

La factorisation n'est pas évidente mais souvent astucieuse contrairement au développement. Il s'agit de reconnaître dans l'expression algébrique les formules classiques de la proposition suivante.

Proposition 1

Quels que soient les nombres a , b et c réels

- (i) $ab + ac = a(b + c)$ facteur commun.
- (ii) $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ identité remarquable.
- (iii) $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ identité remarquable.
- (iv) $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ identité remarquable.

Exercice 1. 🗎

Recopiez et complétez

- | | |
|--|---|
| 1. $(2x + \dots)^2 = 4x^2 + \dots + 9$ | 5. $(x \dots)^2 = x^2 + \dots + 16$ |
| 2. $(x - \dots)^2 = x^2 - 6x + \dots$ | 6. $(x \dots)^2 = x^2 - 8x + \dots$ |
| 3. $(\dots + 3)^2 = \dots + 24t + 9$ | 7. $(\dots + 3)^2 = \dots + t + 9$ |
| 4. $(x - \dots)^2 = x^2 - x + \dots$ | 8. $(\dots - 4)^2 = \dots - 4x + \dots$ |

Il n'y a pas d'algorithme pour factoriser une expression mais vous pourrez essayer (sans garantie de réussite) dans l'ordre :

1. de chercher un **facteur commun** :
 - * Identifier les termes de la somme (ou différence).
 - * Écrire chacun des termes sous forme d'un produit.
 - * Identifier un facteur commun à tous les termes.
2. d'utiliser une **identité remarquable** (s'il y a une expression avec du carré),
3. de **factoriser une partie** de l'expression pour faire apparaître un facteur commun ou une identité remarquable,

4. et enfin de **développer** en espérant pouvoir ensuite factoriser.

Exercice 2.

Factorisez les expressions suivantes :

$$A = 2x + 2y$$

$$B = 7y - 7x$$

$$C = bc + 2b$$

$$D = 91z - 13t$$

$$E = xa + ay$$

$$F = x^2 + xy$$

$$G = a^3 + a^2$$

$$H = ab + a$$

$$I = (x - 2)(x + 3) + (5 - x)(2 - x)$$

$$J = (x - 3)(x + 1) - 3(3 - x)^2$$

$$K = x^2 + 6x + 9$$

$$L = 25x^2 - 40x + 16$$

$$M = x^2 - 1$$

$$N = x^2 + 2x + 1$$

$$O = x^2 - 2x + 1$$

$$P = (x + 1)(x + 2) - 5(x^2 + 4x + 4)$$

II Exercices.

Exercice 3.

Factorisez les expressions données.

1. $2x(x - 1) + 3x$
2. $(x + 1)(x + 2) + 5(x + 2)$
3. $3x^2 + 9x$
4. $x^2 - 6x$
5. $8x^2 - 5x$
6. $3x + 4xy$
7. $3x^2 + x$
8. $(2x + 1)^2 - (2x + 1)(x + 3)$
9. $3x(x - 5) - x$
10. $xy + xz$
11. $x^2(x + 4) - 2x(x + 4)$
12. $(x - 3)^2 - 2(x - 3)(2x - 1)$
13. $5x^2 - 6x$
14. $3xy + x$
15. $2(x + 1)^2 - 3(x + 1)$
16. $(x + 1)^2 + x + 1$
17. $x^2 + 2x + 1$
18. $(2x - 5)^2 - x^2$
19. $9x^2 + 12x + 4$
20. $(2x - 1)^2 - (x - 3)^2$
21. $(2x + 1)^2 - (1 - x)^2$
22. $x^2 - 20x + 100$
23. $25 - (x + 1)^2$
24. $4x^2 + 4 + 8x$
25. $16(x + 1)^2 - 25x^2$
26. $16x^2 - 81$
27. $b^2 - 3b + \frac{9}{4}$
28. $(a - 1)^2 - 2$
29. $x^2 - 4 + (x - 2)(x + 1)$
30. $3x^2 - 12x + 12$
31. $x^2 + 3x + (x + 3)^2$
32. $(x + 1)(x + 2) - (3x + 6)$
33. $2x(x + 3) + 4x + 12$
34. $(x - 3)(3x - 4) - 3x + 4$
35. $xy - xz - y(y - z)$
36. $-x^2 + 8x - 16$
37. $7x^2 - 14x$
38. $16x^2 - 81$
39. $2a^2b - b$
40. $4x^2 - 4x + 1$
41. $2(x - 1)^2 + 3x - 3$
42. $2x^2 + 8x + 8$
43. $x^2 - 16 + (x - 4)^2$
44. $5x^2 - 125$
45. $4x^2 - 12x + 9$
46. $7x^2 - 28$
47. $(2x - 3)^2 - (5x + 2)^2$
48. $(x - 5)^2 - 2(x - 5)(x - 3)$
49. $2x^2 + 7x$
50. $x^2 + 26x + 169$
51. $(9x^2 - 25) + (6x + 10)$
52. $x^2 - 4x + 4 - (x - 2)(7 - x)$

Exercice 4.

Résolvez l'équation :

$$(E) \quad x^2 = 6x - 9.$$

Exercice 5.

Étant donnée la fonction $f : \begin{cases} \mathbb{R} \setminus \{1\} & \rightarrow \mathbb{R} \\ x & \mapsto \frac{x^2-1}{x-1} \end{cases}$ simplifiez son expression.

Exercice 6.

Soit f la fonction définie sur $[2 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \sqrt{1 + \sqrt{x^4 - 4x^3 + 4x^2}}$$

Exprimez $f(x)$ de façon plus simple.

Exercice 7.

Sur un segment $[AE]$ est placé un point M mobile. Un rectangle $ABCM$ et un triangle isocèle rectangle en M , MED , sont construits comme sur la figure ci-contre.

1. Calculez l'aire $f(x)$ de MED .
2. Calculez l'aire $g(x)$ de $ABCM$.
3. Trouvez pour quelle(s) valeur(s) de x les aires du rectangle et du triangle sont égales.

