Devoir seconde 2024/03/02

Exercice 1 /28 28

1

A) $D_f = [0;8]$ ou $]-\infty;+\infty[=\mathbb{R}$

$f(1) = 15$ 1

L'ensemble des antécédents de 12 par f est $\{0;4\}$ 1 1

L'équation $f(x)=12$ a pour ensemble des solutions $\{1;3\}$ 1 1-

Les solutions de l'inéquation $f(x)>5$ sont les réels de $[0;5,3[$ 1

x	0		2		8
f	12	↗	16	↘	-20

1 1

Le maximum de f sur D_f est 16 atteint en 2. 1 1

x	0		6		8
$f(x)$		+	0	-	

1 1

B 1) $16-(x-2)^2 = 16-(x^2-2\times x\times 2+2^2)$ 1 1-

$= 16-(x^2-4x+4)$

$= 16-x^2+4x-4$ 1

$= -x^2+4x+12$

$= f(x)$

B 2) $(6-x)(x+2) = 6\times x + 6\times 2 + (-x)\times x + (-x)\times 2$ 1

$= 6x+12-x^2-2x$ 1-

$= -x^2+4x+12$

$= f(x)$

B 3) $f(x)=0 \iff (6-x)(x+2)=0$ 1- 1

$\iff 6-x=0$ ou $x+2=0$

$\iff 6=x$ ou $x=-2$ 1

$\iff x\in\{6;-2\}$ 1

7

B 4)

x	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$f(x)$	15	13,75	16	15,75	15	13,75	12

1 1

C 1) La hauteur maximale de la balle est 16 m. 1
La hauteur maximale est atteinte au bout de 2 s. 1

C 2) $f(3) = 15$. Au bout de 3 s la hauteur est de 15 m. 1

C 3) Au bout de 6 s la balle atteint la mer. 1

Exercice 2 / 32

A 1) 1 1 1 1

A 2 a) $\cancel{\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} \iff \overrightarrow{BF} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}}$

$\cancel{\iff \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}}$

$$\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} \iff \overrightarrow{BF} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BC}$$ 1

$$\iff \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BA}$$

$$\iff \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BA}$$, relation de Chasles. 1

$$\iff \boxed{\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{AB}}$$, opposés. 1

A 2 b) $\begin{cases} \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{FC} = \overrightarrow{AB} \end{cases}$ 1 donc, par transitivité, $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{CD}$ 1

d'où : $\boxed{\text{C est le milieu de [FD].}}$

A 3) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{CE} = \vec{0}$ 1

B 1) $ST = \sqrt{(x_S - x_T)^2 + (y_S - y_T)^2}$ 1 car le repère est orthonormé. 1

$$ST = \sqrt{(5-4)^2 + (2-(-1))^2}$$ 1

$$\boxed{ST = \sqrt{10}}$$ 1

B 2) T' diamétralement opposé à T si et seulement si S est milieu de [T'T] 1 Ceci équivaut successivement à :

$$\frac{x_T + x_{T'}}{2} = x_S \quad \text{et} \quad \frac{y_T + y_{T'}}{2} = y_S$$ 1

$$\frac{4 + x_{T'}}{2} = 5 \quad \text{et} \quad \frac{-1 + y_{T'}}{2} = 2$$

$\frac{4+x_{T'}}{2} \times 2 = 5 \times 2$ et $\frac{-1+y_{T'}}{2} \times 2 = 2 \times 2$ 1

$4 + x_{T'} = 10$ et $-1 + y_{T'} = 4$

$4 + x_{T'} - 4 = 10 - 4$ et $-1 + y_{T'} + 1 = 4 + 1$ 1

donc : $T'(6;5)$ 1

B3) $SR = \sqrt{(5-8)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{10}$ 1

donc R appartient au cercle.

B4) $\overrightarrow{ST}\begin{pmatrix} x_T - x_S \\ y_T - y_S \end{pmatrix}$ 1, $\overrightarrow{ST}\begin{pmatrix} 4-5 \\ -1-2 \end{pmatrix}$ 1, $\overrightarrow{ST}\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$ 1

B5) STAR est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{ST} = \overrightarrow{RA}$. Ceci équivaut successivement à : 1

$\begin{cases} x_A - 8 = -1 \\ y_A - 3 = -3 \end{cases}$ 1 car $\overrightarrow{RA}\begin{pmatrix} x_A - 8 \\ y_A - 3 \end{pmatrix}$

$\begin{cases} x_A - 8 + 8 = -1 + 8 \\ y_A - 3 + 3 = -3 + 3 \end{cases}$ 1

$\begin{cases} x_A = 7 \\ y_A = 0 \end{cases}$

$A(7;0)$ 1

B6) $ST = \sqrt{10}$ et $TA = \sqrt{(7-4)^2 + (0-(-1))^2} = \sqrt{10}$. 1

donc le parallélogramme STAR a deux côtés consécutifs de même longueur et donc : 1

STAR est un losange. 1

c1) $\boxed{0}$ (1)

c2) On en déduit que $\vec{ST}$ et $\vec{SU}$ sont colinéaires (1)
et donc que $\boxed{\text{S, T et U sont alignés.}}$ (1)

Exercice 3 /16

$*$ $-5x+\frac{1}{2}=0 \iff -5x+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0-\frac{1}{2}$ (1)

$\iff -5x=-\frac{1}{2}$

$\iff \frac{-5x}{-5}=\frac{-\frac{1}{2}}{-5}$ (1)

$\iff \boxed{x=\frac{1}{10}}$ (1)

$*$ $2(x+1)-7x=5-x \iff 2x+2-7x+x=5-x+x$ (1)

$\iff -4x+2=5$ (1)

$\iff -4x+2-2=5-2$ (1)

$\iff -4x=3$

$\iff \frac{-4x}{-4}=\frac{3}{-4}$ (1)

$\iff \boxed{x=-\frac{3}{4}}$ (1)

$*$ $2x+2\leq 10 \iff 2x+2-2\leq 10-2$ (1)

$\iff 2x\leq 8$

$\iff \frac{2x}{2}\leq\frac{8}{2}$ car $2>0$ (1) (1)

$\iff x\leq 4$

$\iff \boxed{x\in\,]-\infty\,;4]}$. (1)

$*$ $\frac{3}{2}x\leq 2x-7 \iff \frac{3}{2}x-2x\leq 2x-7-2x$ (1)

$\iff -\frac{1}{2}x\leq -7$

$\iff \frac{-\frac{1}{2}x}{-\frac{1}{2}}\geq\frac{-7}{-\frac{1}{2}}$ car $-\frac{1}{2}<0$ (1) (1)

$\iff x\geq 14$

$\iff \boxed{x\in[14\,;+\infty[}$ (1)

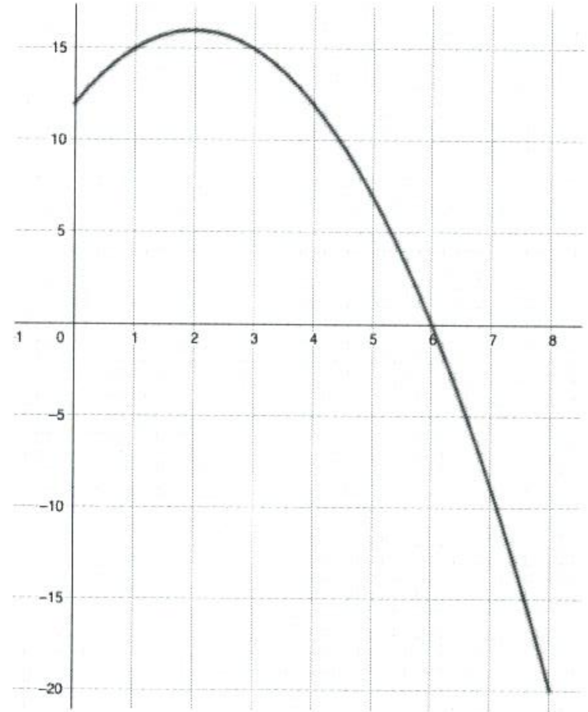
4

2 nde DS de Mathématiques n°3 02/03/2024

Nom : ....

La calculatrice est autorisée.
Le sujet est à compléter et à rendre avec vos copies.

Exercice n°1 (18 points) :
Partie A
La courbe représentative d'une fonction f est donnée ci-contre.



Par lecture graphique, compléter :
Le domaine de définition de la fonction f est $\mathcal{D}_f =$ ....

L'image de 1 par f est ....

Les antécédents de 12 par f sont ....

L'équation $f(x) = 15$ a pour ensemble solution ....

Les solutions de l'inéquation $f(x) > 5$ sont les réels de ....

Le tableau de variations de f sur $\mathcal{D}_f$ est

Le maximum de f sur $\mathcal{D}_f$ est .... atteint en ....

Le tableau de signes de $f(x)$ sur $\mathcal{D}_f$ est

Partie B. Cette partie est à rédiger sur votre copie.
On admet que la fonction f est définie par $f(x) = -x^2 + 4x + 12$

1. Montrer que : $f(x) = 16 - (x - 2)^2$.
2. Montrer que : $f(x) = (6 - x)(x + 2)$
3. En utilisant la forme la plus adaptée résoudre algébriquement $f(x) = 0$
4. Dresser un tableau de valeurs de la fonction pour les x allant de 1 à 4 avec un pas de 0,5

Partie C. A l'aide des parties A et B, répondre sur la copie
À un temps $x = 0$, on lance une balle depuis une falaise haute de 12 mètres. On mesure les altitudes $f(x)$ en mètre en fonction du temps x en secondes.

1. Quelle est la hauteur maximale de la balle ?
   Au bout de combien de temps l'atteint-elle ?
2. Au bout de 3 secondes, à quelle hauteur est la balle ?
3. Au bout de combien de secondes atteint-elle le niveau de la mer (altitude = 0 m)?

Exercice n°2 (18 points) :
Les deux parties sont indépendantes.

Partie A.

1. Placer, ci-dessous, les points D, E, F et M telle que :

$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$ | $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\vec{u} + \vec{v}$ | $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$

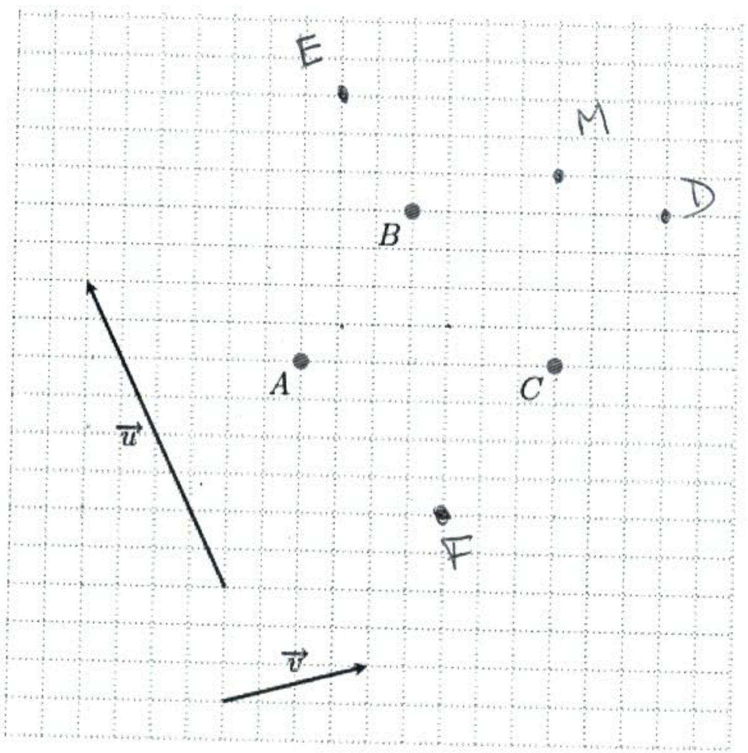
M est l'image de B par la translation de vecteur $\vec{v}$

2. a. Démontrer que $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{AB}$

b. Montrer que C milieu de $[FD]$

3. À l'aide de la relation de Chasles, simplifier :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{CE}$$



Partie B.

Dans un repère orthonormé, on a les points $S(5;2)$ et $T(4;-1)$.

1. Déterminer le rayon du cercle de centre S qui passe par T
2. Déterminer les coordonnées du point T' diamétralement opposé à T sur ce cercle.
3. Démontrer que ce cercle passe par le point R de coordonnées $(8;3)$
4. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{ST}$
5. Déterminer les coordonnées du point A pour que $STAR$ soit un parallélogramme.
6. $STAR$ est-il un losange ? Justifier.

$-1 \quad -2$
$-3 \quad -6$

Partie C.

On donne le programme en langage python ci-dessous :

```
from math import *
def det(x1,y1,x2,y2,x3,y3):
  a=x2-x1
  b=y2-y1
  c=x3-x1
  d=y3-y1
  det=a*d-b*c
  return det
```

1. En tapant dans la console, l'instruction suivante :
`>>> det(5,2,4,-1,3,-4)`
quelle valeur va-t-on obtenir à l'affichage ?

2. Que peut-on en déduire pour les points $S(5\,;\,2), T(4\,;\,-1)$ et $U(3\,;\,-4)$?

Exercice n°3 (4 points)

Résoudre les équations suivantes :

$-5x + \frac{1}{2} = 0$ | $2(x+1) - 7x = 5 - x$

Résoudre les inéquations suivantes et donner l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle :

$2x + 2 \leq 10$ | $\frac{3}{2}x \leq 2x - 7$