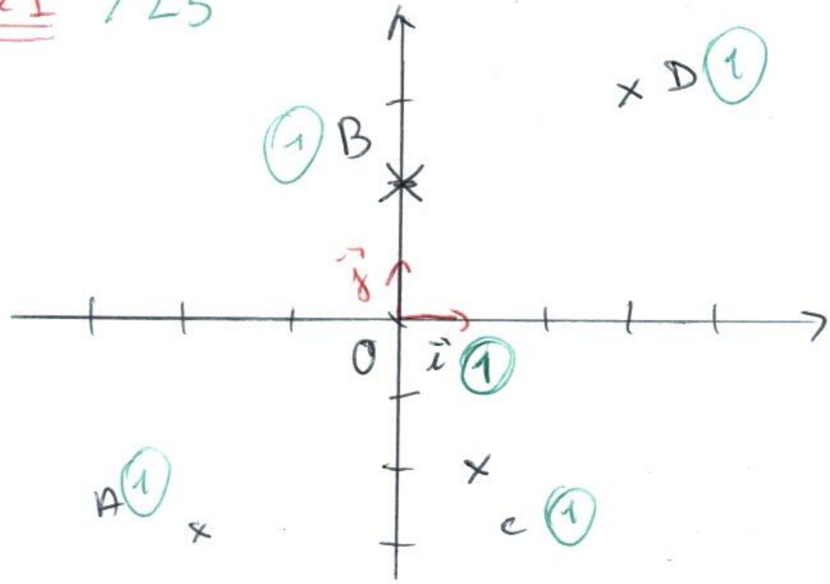
Devoir du 2024/02/16. /86

Exercice 1 /25

1)



2) a) $\vec{EF}\begin{pmatrix} x_F - x_E \\ y_F - y_E \end{pmatrix}$ 1 $\vec{EF}\begin{pmatrix} -2-(-5) \\ -3-(-4) \end{pmatrix}$ 1 $\boxed{\vec{EF}\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}}$ 1

2) b) $\|\vec{EF}\| = \sqrt{x_{EF}^2 + y_{EF}^2} = \sqrt{3^2+1^2}$ 1

$\boxed{\|\vec{EF}\| = \sqrt{10}}$. 1

2) c) $\vec{AC}\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ 1 donc $\vec{AC} = \vec{EF}$ 1, d'après 2)a).

d'où ACFE est un parallélogramme.

2) d) $\det(\vec{EF}\,;\vec{u})$ 1 $= \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}$ 1 $= 3\times 5 - 1\times 2 = 13 \neq 0$ 1 1 1

donc $\vec{EF}$ et $\vec{u}$ ne sont pas colinéaires. 1

2) e) $\vec{EH}\begin{pmatrix} 159 \\ 60 \end{pmatrix}$ 1 donc :

$\det(\vec{EH}, \vec{EF}) = \begin{vmatrix} 159 & 3 \\ 60 & 1 \end{vmatrix} = -21 \neq 0$ 1

donc $\vec{EH}$ et $\vec{EF}$ ne sont pas colinéaires 1 et enfin

1

E, F et H ne sont pas alignés. (1)

3) a) print ("Les vecteurs sont colinéaires") (1)

else
print ("les vecteurs ne sont pas colinéaires") (1)

3) b) $\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} 2 & 3/2 \\ -7 & -22 \end{vmatrix} = -\frac{67}{2}$.

Le texte affiché sera : Les vecteurs ne sont pas colinéaires. (1)

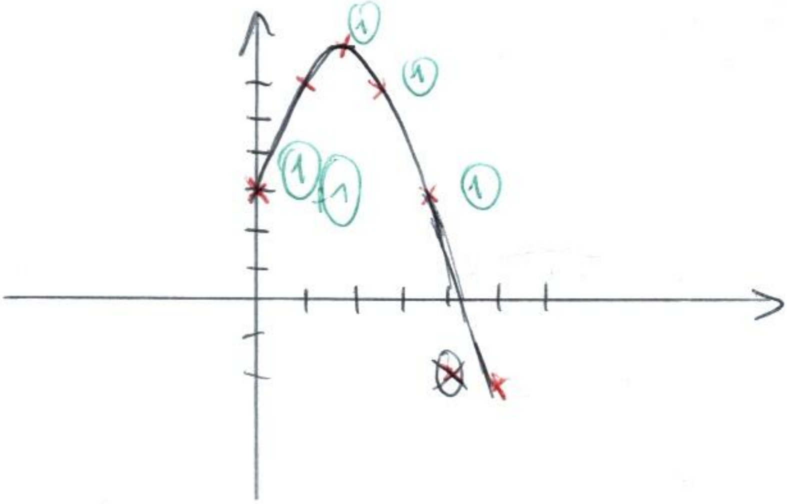
Exercice 2 /16

A 1)

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$f(x)$	3	4,75	6	6,75	7	6,75	6	4,75	3	0,75	-2

(1) (1) (1)

A 2)



B 1) $\mathcal{D}_g = [-4 ; 7]$ (1)

B 2) $g(-2) = 1$ (1) et $g(5) = -1$ (1)

B 3) Les antécédents de 1 par g : -3 et -2 (1) et 3,6 et 7. (1)

B 4) $S = \{5 ; 5,8\}$ (1)

2

B 5) g(x) = ~~1~~ admet 3 solutions. 1

B 7) g est négative sur [4,4 ; 6,5] 1

B 6) L'ensemble des solutions de l'inéquation $g(x) \geq 1$

est : $[-4 ; -3] \cup [2 ; 3,6] \cup \{7\}$ 1 1

Exercice 3 / 27

1) $3x - 2 = 16 \iff 3x - 2 + 2 = 16 + 2 \iff 3x = 18$ 1

$\iff \frac{3x}{3} = \frac{18}{3}$ 1 $\iff x = 6$ 1

2) $\frac{1}{\sqrt{3}} x + 2 \geq 0 \iff \frac{1}{\sqrt{3}} x + 2 - 2 \geq 0 - 2$ 1

$\iff \frac{1}{\sqrt{3}} x \geq -2 \iff \sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} x \geq -2 \times \sqrt{3}$ 1 car

$\sqrt{3} > 0$ 1 et donc :

$\frac{1}{\sqrt{3}} x + 2 \geq 0 \iff x \geq -2\sqrt{3}$.

$S = [-2 \sqrt{3} ; +\infty[$ 1

3) $(2x+3)(-x+2) = 0 \iff 2x + 3 = 0$ 1 ou $-x + 2 = 0$

$\iff 2x + 3 - 3 = 0 - 3$ ou $-x + 2 + x = 0 + x$

$\iff 2x = -3$ ou $2 = x$

$\iff \frac{2x}{2} = -\frac{3}{2}$ ou $2 = x$ 1

$\iff x = -\frac{3}{2}$ ou $2 = x$

$S = \{-\frac{3}{2} ; 2\}$. 1

4 4) $(x+3)(7+2x)-2x^2+26\le 0$

$\iff x\times 7 + x\times 2x + 3\times 7 + 3\times 2x - 2x^2 + 26 \le 0$ 1

$\iff 7x + 2x^2 + 21 + 6x - 2x^2 + 26 \le 0$

$\iff 13x + 47 \le 0$

$\iff 13x + 47 - 47 \le 0 - 47$ 1

$\iff 13x \le -47$

$\iff \frac{13x}{13} \le -\frac{47}{13}$ car $13>0$

$\iff x \le -\frac{47}{13}$

$\boxed{S = \left]-\infty ; -\frac{47}{13}\right]}$ 1

5)a) • $A(x) = (x+1)^2-9 = x^2 + 2\times x\times 1 + 1^2 - 9 = x^2+2x+1-9$ 1 1

$= x^2+2x-8 = B(x)$ 1

• $C(x) = (x-2)(x+4) = x\times x + x\times 4 + (-2)\times x + (-2)\times 4$ 1

$= x^2+4x-2x-8 = x^2+2x-8 = B(x)$ 1

donc : $\boxed{A(x) = B(x) = C(x) \text{ pour tout } x\in\mathbb{R}}$.

5) b) $x^2+2x-8 = 0 \iff (x-2)(x+4) = 0 \iff x=2$ ou $x=-4$ 1 1

$\boxed{S = \{2 ; -4\}}$

6. $\sqrt{8} - 2x > 0 \iff \sqrt{8} - 2x - \sqrt{8} > 0 - \sqrt{8}$ 1

$\iff -2x > -\sqrt{8}$

$\iff \frac{-2x}{-2} < \frac{-\sqrt{8}}{-2}$ car $-2<0$ 1 1

$\iff x < \sqrt{2}$

4

$\boxed{S =]-\infty ; \sqrt{2}[}$ 1

7) $\dfrac{-3x-4}{x+1} = 0 \iff -3x-4 = 0$ (et $x \neq -1$) 1

$\iff -3x - 4 + 4 = 0 + 4$ 1

$\iff -3x = 4$

$\iff \dfrac{-3x}{-3} = \dfrac{4}{-3}$ 1

$\iff x = -\dfrac{4}{3}$

$\boxed{S = \left\{ -\dfrac{4}{3} \right\}}$ 1

Exercice 4 / 18

A 1) $\overline{x} = \dfrac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_p x_p}{n_1 + n_2 + \dots + n_p}$ 1

$= \dfrac{2 \times 4 + 0 \times 5 + \dots + 1 \times 10}{2 + 0 + \dots + 1}$ 1

$\overline{x} = 7,275$ 1

Les candidats donnent en moyenne 7,275. 1

5

A 2) La nouvelle moyenne est, par linéarité : 1

$\bar{y} = \bar{x} - 1$ 1

$= 7{,}275 - 1$

$\boxed{\bar{y} = 6{,}275}$ 1

B 1) b 3

B 2) b 3

B 3) d 3

B 4) c 3

6