

29 Indicateurs de dispersion.

I Médiane et quartiles.

1 Médiane.

Définition 1

Lorsque la série statistique ordonnée comporte un nombre impair de données la *médiane* est la donnée centrale.

Lorsque la série statistique ordonnée comporte un nombre pair de données la *médiane* est la moyenne entre les deux données en position centrale.

La démarche pour trouver manuellement une médiane est donc la suivante :

Étape 1. *Ranger dans l'ordre croissant la série des données.*

Étape 2. *Trouver la position centrale (moitié de l'effectif total).*

Étape 3. *Lire dans la liste ordonnée la donnée qui est en position centrale.*

Exercice 1.

Modélisez la situation suivante puis répondez à la question.

Un pêcheur ne gardera que la moitié des poissons qu'il a pêché en ne gardant que les plus grands.

Voici les tailles des poissons attrapés mesurées en centimètres : 25 - 22 - 31 - 27 - 30 - 17 - 13 - 24 - 23.

Exercice 2.

Modélisez la situation suivante puis répondez à la question.

Le gérant d'un club d'échecs a obtenu des offres promotionnelles sur l'achat de logiciels d'échecs. Il n'en n'a pas suffisamment pour tous les membres. Il choisit de n'offrir des promotions qu'aux 50% de plus récents inscrits. D'après ses bases de données les membres du club sont adhérents depuis (en mois) : 12 - 36 - 25 - 12 - 3 - 6 - 45 - 27 .

Quels membres bénéficieront de la promotion ?

Exercice 3.

Déterminez les médianes des séries suivantes.

1.

Valeur	10	15	20	25	30
Effectif	5	4	1	4	3
Effectifs cumulés croissants	5				

2. Voici la répartition des salaires horaires dans une PME.

Salaire horaire	10	12	15	20	30
Effectif	5	8	20	15	3

2 Quartiles.

Après avoir séparé les séries de nombres en deux avec la médiane on sépare parfois en 4 quarts avec les quartiles :

Définition 2

Le *premier quartile*, noté Q_1 , d'une série statistique numérique est la plus petite valeur prise par le caractère telle qu'au moins 25% des valeurs lui soient inférieures ou égales.

Le *troisième quartile*, noté Q_3 , d'une série statistique numérique est la plus petite valeur prise par le caractère telle qu'au moins 75% des valeurs lui soient inférieures ou égales.

Exercice 4.

Dans un laboratoire d'astrophysique, un détecteur a relevé les durées d'attente en heures entre les réceptions successives des particules captées.

75 - 265 - 225 - 402 - 35 - 105 - 411 - 346 - 159 - 229 - 62 - 256 - 431 - 177 - 56 - 144 - 354 - 178 - 386 - 294.

Déterminez Q_1 et Q_3 . Interprétez ces résultats par une phrase.

Exercice 5.

Un prof de maths annonce à ses élèves de seconde que seule la moitié des élèves ayant les meilleures notes pourra choisir la spécialité mathématiques. Que seront proposés des spécialités littéraire ou technique au quart des élèves de la classe dont les notes de maths sont les moins bonnes.

Les moyennes obtenues en mathématiques sont les suivantes : 13 - 13 - 12 - 10 - 13 - 11 - 13 - 14 - 11 - 12 - 12 - 13 - 10 - 11 - 12 - 9 - 12 - 14 - 10 - 8 - 8 - 10 - 14 - 6 - 13 - 8 - 10 - 14 - 13 - 13 - 11 - 10.

Interprétez ce problème avec du vocabulaire de statistique descriptive et donnez les notes limites qui détermineront les orientations.

II Écart interquartile.

L'*écart interquartile* est l'écart, la distance séparant le premier quartile et le troisième quartile de la série. Autrement dit c'est la différence de Q_3 et de Q_1 .

Exercice 6.

Calculez l'écart interquartile de la série suivante.

Valeur	1	2	3	4	5	6	7	8
Effectif	2	1	1	5	4	9	4	2

III Écart-type.

Définition 3

La *variance*, notée V et donnée par

$$V(x) = \frac{n_1(\bar{x} - x_1)^2 + n_2(\bar{x} - x_2)^2 + \cdots + n_p(\bar{x} - x_p)^2}{n_1 + n_2 + \cdots + n_p}$$

L'*écart type*, noté σ , est une caractéristique de dispersion :

$$\sigma(x) = \sqrt{V(x)}$$

Exercice 7.

On recommence plusieurs fois l'épérience qui consiste à lancer simultanément 3 pièces de monnaies et à noter le nombre de côté pile obtenus.

Voici les résultats relevés.

Nombre de pile	0	1	2	3
Effectif (nombre de lancers)	2	9	11	3

1. Quel est l'effectif total de cette série ?
2. Calculez la moyenne de série statistique.
3. Calculez la variance de cette série statistique, puis son écart-type, arrondi à 0,1 près.

Exercice 8.

Julien est animateur dans un centre aéré tous les mercredis. En début d'année, des groupes d'enfants sont constitués et pris en charge par les différents animateurs.

Le directeur sait que Julien préfère s'occuper d'enfants d'âges voisins de 6 ans. Il lui propose de choisir entre deux groupes et lui soumet les informations ci-contre.

	Groupe 1	Groupe 2
Moyenne	6 ans	7 ans
Écart-type	5 ans	1 an

Quel groupe Julien va-t-il choisir ?

Exercice 9.

1. Un régleur tourneur a reçu comme instruction d'affiner les réglages de son tour s'il observe, dans un échantillon de 20 pièces usinées choisies aléatoirement, l'un des cas suivants.

- Moins de 68 % des pièces ont un diamètre qui appartient à l'intervalle $[\bar{x} - \sigma; \bar{x} + \sigma]$.
- Plus de 60 % des diamètres sont supérieurs au diamètre moyen de l'échantillon.

À 17 h, il relève les diamètres (en cm) suivant.

23, 5 ; 23, 8 ; 24, 7 ; 25, 1 ; 25, 1 ; 25, 1 ; 25, 2 ;
 25, 2 ; 25, 3 ; 25, 3 ; 25, 4 ; 25, 4 ; 25, 4 ; 25, 5 ;
 25, 8 ; 25, 9 ; 26, 0 ; 26, 0 ; 26, 3 ; 27, 1.

Avec sa calculatrice il obtient

```

x̄=25.355
Σx=507.1
Σx²=12869.35
Sx=0.7890533969
σx=0.7690741187
n=20
  
```

Ce régleur doit-il modifier les réglages de sa machine ?

2. Une erreur de calibrage du tour modifie la série. Chaque mesure doit être amputée de 0,1 cm. Cela modifie-t-il la décision du régleur ? Justifiez.

IV Exercices.

Exercice 10.

En 2010 un recensement de la population en Corse a permis de répertorier l'âge des femmes.

Age	[0 ; 10[[10 ; 20[[20 ; 30[[30 ; 40[
Effectif	16 115	17 476	17 698	19 574

Age	[40 ; 50[[50 ; 60[[60 ; 70[[70 ; 80[
Effectif	22 222	21 455	18 106	12 537

Age	[80 ; 90[[90 ; 100[[100 ; 110[
Effectif	5 692	768	22

Calculez la moyenne et l'écart-type de cette série.

Exercice 11.

Les tailles sont exprimées en centimètre.

Partie A : à la maternité « Beaux jours ».

Sur la totalité du mois de janvier 2012, il y a eu 57 nouveau-nés à la maternité « Beaux jours ».

Leur taille est donnée dans le tableau ci-dessous.

Taille	46	47,5	48	48,5	49	49,5	50
Effectifs	1	2	3	5	5	7	9
Taille	50,5	51	51,5	52	52,5	53	
Effectifs	8	7	5	2	2	1	

1. Calculer la moyenne puis la médiane des tailles de ces 57 nouveau-nés en précisant la démarche.
2. Calculer le pourcentage de nouveau-nés ayant une taille inférieure ou égale à 49 cm.
Donner la réponse arrondie à 0,1 %.
3. Parmi toutes ces tailles, déterminer la plus petite taille t telle qu'au moins les trois quarts des nouveau-nés aient une taille inférieure ou égale à t cm.
Quel paramètre de la série des tailles a été ainsi trouvé ?

Partie B : à la maternité « Bon accueil ».

L'étude statistique de la taille des 64 nouveau-nés

durant le même mois de janvier 2012 à la maternité « Bon accueil » a donné les résultats suivants : Minimum : 46, Maximum : 53, Moyenne : 49,3, Médiane : 49, 1^{er} quartile : 48, 3^e quartile : 50,5.

1. Des deux maternités, une seule possède un service pour les naissances prématurées.
Les résultats précédents permettent-ils de trouver laquelle ? Justifier votre réponse.
2. Les deux maternités sont les seules de la ville.
 - (a) Calculer la moyenne des tailles des nouveau-nés, en janvier 2012, dans les maternités de cette ville.
 - (b) Les données de l'énoncé permettent-elles de déterminer la médiane des tailles des nouveau-nés des deux maternités réunies ?
Si oui, la déterminer ; sinon expliquer pourquoi.

Exercice 12.

Sébastien, étudiant de 19 ans, veut s'inscrire dans une station balnéaire pour un séjour d'été où il aurait des chances de rencontrer des jeunes femmes de son âge. Prenant quelques références, les stations lui fournissent la moyenne d'âge des inscrites.

Station A : 19 ans.

Station B : 31 ans.

Sans hésiter, il s'inscrit dans la station A !

1. Le choix de Sébastien est-il judicieux ?

Les tableaux ci-dessous indiquent les âges des inscrites dans les deux stations.

Station A	
Âge	Effectif
2	3
4	1
5	1
7	1
10	1
11	2
34	1
35	2
50	1
58	1

Station B	
Âge	Effectif
18	1
19	5
20	2
45	2
46	1
47	1
48	1
50	1

2. Pour les deux stations :

- donner la fréquence de la valeur 19 ;
- calculer la médiane et les quartiles ;
- calculer l'étendue ;
- déterminer la modalité de la plus grande fréquence.

3. Finalement, le choix de Sébastien est-il judicieux ? Argumenter.

4. Écrire l'algorithme que Sébastien a utilisé pour calculer la fréquence de la valeur 19.

Exercice 13.

Exercices 28 à 33 page 312 du manuel Indice.

Exercice 14.

Exercices 39 à 48 page 313 du manuel Indice.

Exercice 15. ♥

Un hôpital cherche à tester l'efficacité d'un nouveau traitement oral pour des patients atteints de diabète de type 2. Pour cela, il étudie le taux de sucre dans le sang (glycémie en g/L) à jeun d'un groupe de 50 patients.

Les résultats sont répertoriés dans le tableau suivant.

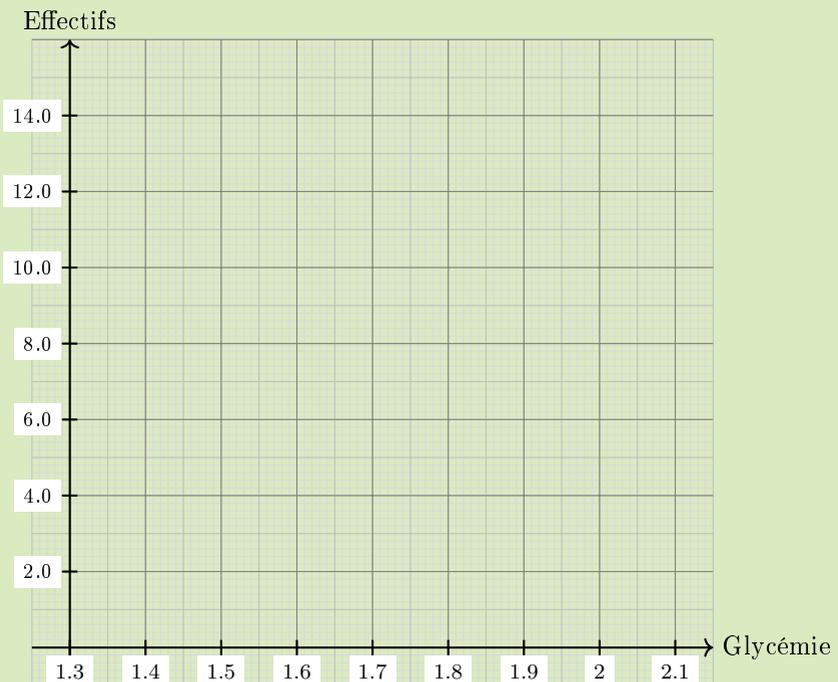
1,73	2,07	1,53	1,47	2,05	1,41	1,84	1,97	1,82	1,8
1,53	1,6	2,05	1,53	1,69	1,61	1,92	1,45	1,68	1,94
1,62	1,73	1,47	1,34	1,53	1,61	1,78	1,64	1,61	1,61
1,82	2,02	2,02	1,73	1,77	1,99	1,68	1,6	1,9	1,39
1,7	1,45	1,68	1,82	1,96	1,91	1,7	1,6	1,48	1,56

1. Complétez le tableau d'effectifs du groupe en regroupant les résultats en classe d'amplitude 0,1.

Glycémie	[1,3; 1,4[[1,4; 1,5[[1,5; 1,6[[1,6; 1,7[
Effectifs				

Glycémie	[1,7; 1,8[[1,8; 1,9[[1,9; 2[[2; 2,1[
Effectifs				

2. Déduisez-en la moyenne de la série regroupée par classe.
3. Construisez l'histogramme correspondant.

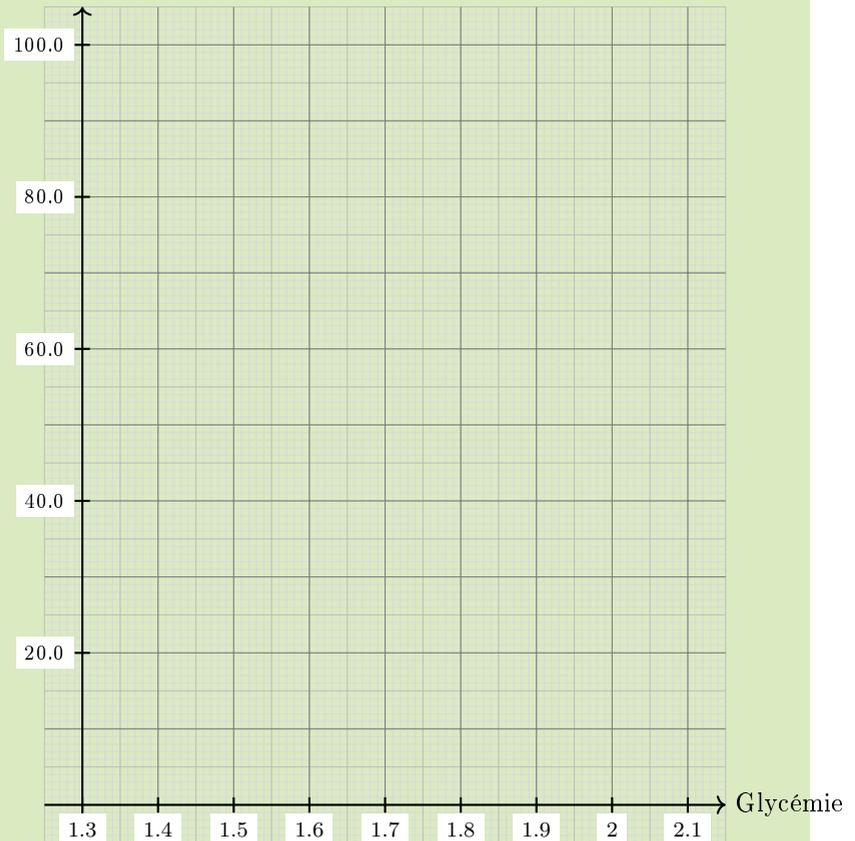


Exercice 1.

(SUITE)

4. (a) Dressez le tableau des fréquences et fréquences cumulées croissantes de la série des classes.
 (b) Déterminez la classe médiane.
 (c) Dessinez le polygone des fréquences cumulées croissantes.

F.C.C. (en %)



- (d) Par lecture graphique sur le polygone des fréquences cumulées croissantes déterminez la médiane de la série.

Exercice 18.

Une étude menée auprès des consommateurs mesure la durée de vie d'ampoules de deux marques différentes que l'on souhaite comparer.

Les données recueillies sont les suivantes :

Durée de vie en milliers d'heures.	[0 ; 4[[4 ; 6[[6 ; 8[[8 ; 10[[10 ; 12]
Nombre d'ampoules Fiateloux	12	20	34	60	75
Nombre d'ampoules Ténébraé	234	432	309	456	607

1. Peut-on comparer les nombres d'ampoules des deux marques entre eux ?
2. Faites un tableau, pour chacune des marques, en remplaçant le nombre d'ampoules par la fréquence.
3. Dessinez dans un repère les deux polygones des fréquences cumulées croissantes.
4. Un chef d'entreprise souhaite acheter les ampoules qui dure le plus longtemps en se basant sur la médiane. Quelle marque va-t-il choisir ?

Exercice 19.

En 2016, une entreprise employait deux cadres et six ouvriers.

Catégorie	Cadre	Ouvrier
Salaire (2016)	6 000 €	1 400 €

1. Calculez le salaire moyen d'un employé.
2. Les résultats de l'entreprise étant bons, le chef d'entreprise décide d'augmenter tous les salaires de 10 % et d'engager cinq ouvriers supplémentaires. Un employé affirme : « Malgré nos augmentations, le salaire moyen de l'entreprise a baissé. » S'est-il trompé ? Justifiez.

Exercice 20.