

27 Linéarité de la moyenne.

I Une propriété de la moyenne.

Proposition 1

Soient :

- . $(x_i)_{1 \leq i \leq p}$ une série statistique numérique de moyenne \bar{x} ,
- . a et b des nombres réels.

La série $(ax_i + b)_{1 \leq i \leq n}$ a pour moyenne : $\overline{ax + b} = a\bar{x} + b$.

Exemples.

1. Si la moyenne à une évaluation est de 12 et que l'enseignant ajoute 3 à la note de chaque élève alors la nouvelle moyenne sera de $12 + 3$.
2. Si la moyenne à une évaluation est de 12 et que l'enseignant double la note de chaque élève alors la nouvelle moyenne sera de 2×12 .

Remarques.

1. Nous dirons que la moyenne est linéaire.

II Exercices.

Exercice 1.

Un professeur note sur 100 ses évaluations. Un élève a obtenu une moyenne de 60 points pour ses quatre premiers contrôles. Pour son cinquième contrôle sa note est de 80 points.

Quel est la moyenne de l'élève après les cinq contrôles ?

Exercice 2.

Un professeur a noté des devoirs sur 40. La moyenne de la classe est $m = 18$.

1. Sur les copies, ce professeur a écrit les notes sur 20.
 - (a) Quelle opération a-t-il effectué sur chacune des notes pour obtenir la notation sur 20 ?
 - (b) Déduisez-en la moyenne \bar{x} des notes sur 20.
2. Trouvant la moyenne trop faible, le professeur décide d'ajouter un point sur 20 à tous les élèves.
 - (a) Exprimez la nouvelle note y d'un élève quelconque en fonction de la note x sur 20 qu'il avait obtenu.
 - (b) Quelle est alors la nouvelle moyenne (sur 20) de la classe à ce devoir ?

Exercice 3.

Le tableau suivant donne la répartition des salaires des employés d'une entreprise.

Salaire (en €)	1 100	1 200	1 500	2 000	3 500	5 000
Effectif	12	14	13	5	5	1

1. Calculez le salaire moyen dans cette entreprise.
2. Le directeur financier propose d'augmenter tous les salaires de 40 €. Quel sera alors le nouveau salaire moyen ?
3. Le PDG de l'entreprise, de son côté, préfère une augmentation de 2 % de tous les salaires.
Quel sera le nouveau salaire moyen ?
4. Quel est le choix le plus intéressant pour le PDG ? pour les employés dont le salaire est le plus bas ?

Exercice 4.

Dans le jury n°1, la moyenne des copies est de 12 sur 20 et l'étendue est égale à 8.

Dans le jury n°2, la moyenne des copies est de 10 sur 20 et l'étendue est égale à 10.

1. Si le jury n°2 augmente chaque note de 2 points, quelle sera la moyenne de ses copies ? Et l'étendue ?
2. Si le jury n°2 augmente chaque note de 20 % points, quelle sera la moyenne de ses copies ? Et l'étendue ?
3. Si le jury n°2 diminue ses notes de 20 % puis leur ajoute 4 points quelle sera la moyenne de ses copies ? Et l'étendue ?
4. Dans le jury n°3 la moyenne est de 14 et l'étendue est de 5. Quelles opérations peut-on effectuer sur les notes pour obtenir la même moyenne et la même étendue que dans le jury n°1 ?

Exercice 5.

1. On considère la série ci-dessous :

Valeurs x_i	x_1	x_2	x_3	x_4
Effectifs n_i	n_1	n_2	n_3	n_4

Donnez l'expression de la moyenne \bar{x} de cette série.

2. Si on multiplie par un réel k toutes les valeurs, quelle est la série étudiée ? Présentez les résultats sous forme de tableau.
3. (a) Exprimez la moyenne \bar{x}' de cette série.
 (b) En factorisant k , justifiez que $\bar{x}' = k\bar{x}$.