

26 Résolution graphique d'équation et d'inéquation.

I Équation de la forme $f(x) = a$.

Exemples.

1. Résoudre l'équation $-2x + 3 = 1$.
2. $x^2 = 4$.
3. $x^3 = 1$.

Résoudre une équation (problème du domaine de l'algèbre) peut être interprété comme la recherche d'antécédents par une fonction (problème du domaine de l'analyse).

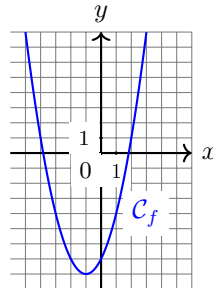
L'inconvénient de cette méthode : ce n'est pas une démonstration et nous ne pouvons que conjecturer.

L'avantage : avec l'informatique il est très rapide et facile d'obtenir la courbe représentative d'une fonction et donc de faire une lecture graphique.

Pour conjecturer les solutions de l'équation $x^2 + 2x - 7 = 3$ nous introduisons la fonction

$$f : \begin{cases} \mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & x^2 + 2x - 7 \end{cases}$$

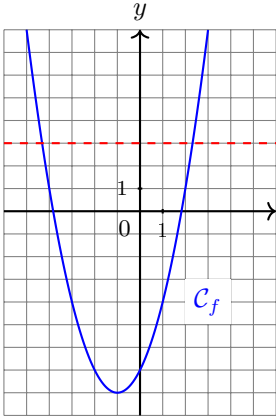
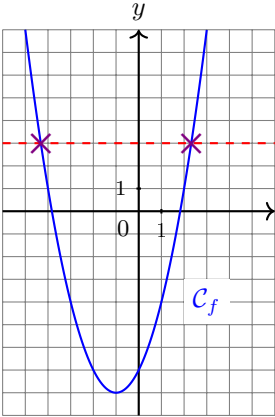
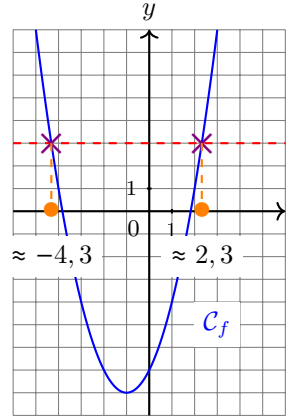
puis traçons sa courbe représentative \mathcal{C}_f avec un logiciel :



Résoudre l'équation équivaut donc à rechercher les antécédents de 3 par la fonction f .

Les solutions de l'équation $f(x) = 3$ sont les abscisses des points de la courbe d'ordonnée 3.

Concrètement pour les trouver il faut suivre les étapes suivantes.

1	2	3
<p>Dessinez l'ordonnée 3.</p> 	<p>Identifiez les points d'intersection.</p> 	<p>Lire les abscisses correspondantes.</p> 

Conclusion : l'ensemble des solutions de l'équation $x^2 + 2x - 7 = 3$ est $\{-4,3 ; 2,3\}$.

Remarques.

1. Inconvénients de la méthode :

- Comme pour toute lecture graphique les résultats sont approximatifs (insuffisant en mathématique)
- il s'agit d'une partie de la courbe et nous ne savons pas ce qu'il en est pour le reste de la courbe.

Exercice 1.

Déterminez graphiquement les solutions des équations suivantes :

1. $0,5x^2 - 0,5x - 10 = -9.$

2. $-\frac{1}{4}(x^2 + 7x + 6) = -3.$

Exercice 2.

Résolvez graphiquement ou algébriquement (selon ce qui est le plus pertinent) les équations suivantes.

a) $(E_1) : -\frac{1}{3}x + 3 = 1.$

b) $(E_2) : x^2 = 4.$

c) $(E_3) : x^2 = 6.$

d) $(E_4) : 3x^2 = 48.$

e) $(E_5) : (x + 1)(x - 2) = -2.$

Exercice 3.

Exercice 50 page 59 du manuel lelivrescolaire.fr.

Exercice 4.

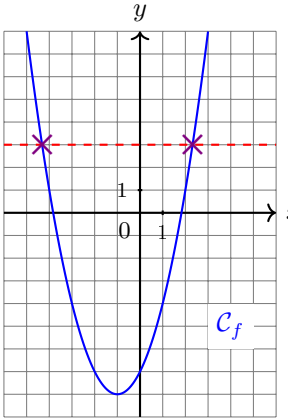
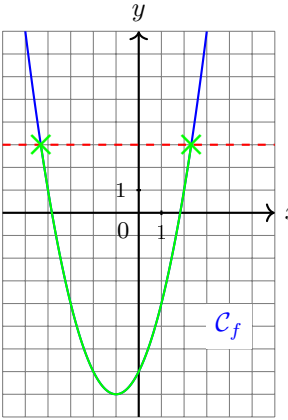
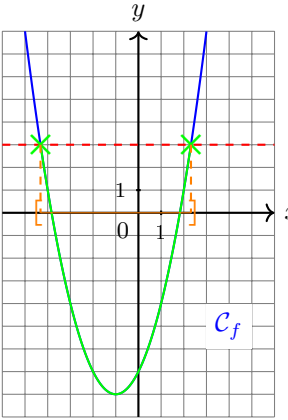
Exercice 51 page 59 du manuel lelivrescolaire.fr.

II "Résolution graphique" d'inéquation : $f(x) \leq a$ (avec $a \in \mathbb{R}$).

Pour conjecturer les solutions de l'inéquation $x^2 + 2x - 7 \leq 3$ nous introduisons encore la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto x^2 + 2x - 7$ puis traçons sa courbe représentative \mathcal{C}_f avec un logiciel.

Les solutions de l'inéquation $f(x) \leq 3$ sont les abscisses des points de la courbe d'ordonnée plus petite ou égale à 3.

Les étapes de la recherche sont les suivantes :

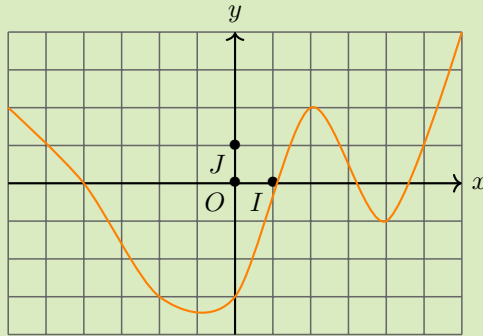
1	2	3
<p>Dessinez l'ordonnée 3.</p> 	<p>Identifiez les points de la courbe dont l'ordonnée est plus petite que 3.</p> 	<p>Lire les abscisses correspondantes.</p> 

Enfin donnez les solutions sous forme d'ensemble : l'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2 + 2x - 7 \leq 3$ est $[-4, 3 ; 2, 3]$.

Remarquons enfin que si l'inégalité avait été stricte ($x^2 + 2x - 7 < 3$) l'ensemble des solutions eut été ouvert $(] - 4, 3 ; 2, 3[)$.

Exercice 5.

On a dessiné ci-dessous la courbe représentative de la fonction f .



Résolvez les inéquations :

a) $f(x) \leq -3$.

b) $f(x) > 1$.

c) $f(x) < 0$.

d) $f(x) \leq -1$.

e) $f(x) \leq -4$.

f) $f(x) > 2$.

Exercice 6.

Exercice 32 page 104 du manuel **Sesamath** : résolution d'inéquations, réunion, ouverts, fermés.

Exercice 7.

Exercice 31 page 104 du manuel **Sesamath** : résolution d'inéquations.

III "Résolution graphique" d'inéquation : $f(x) \leq g(x)$.

Pour conjecturer les solutions de l'inéquation $x^2 + 2x - 7 \leq 0,1(x + 2)^3 - 0,3(x + 2)^2$ nous introduisons encore les fonctions

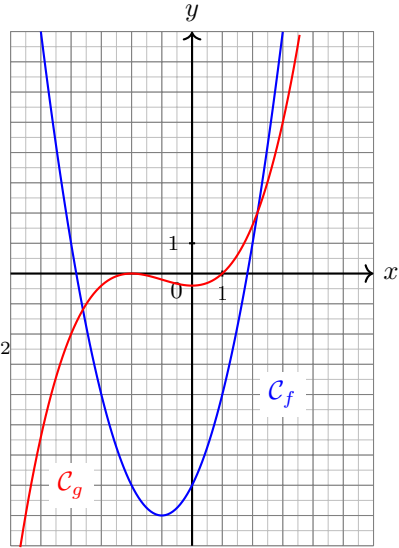
$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto x^2 + 2x - 7 \text{ et}$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto 0,1(x + 2)^3 - 0,3(x + 2)^2$$

puis traçons leurs courbes représentatives \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g avec un logiciel.

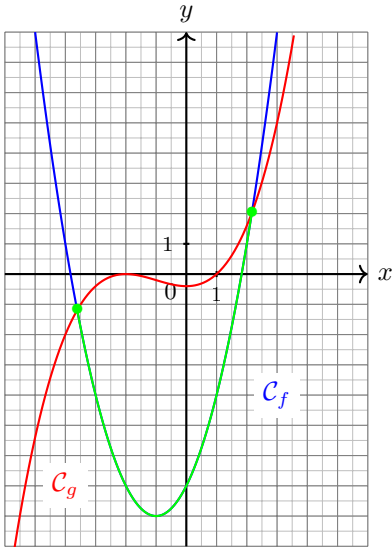


Les solutions de l'inéquation $f(x) \leq g(x)$ sont les abscisses des points de la courbe \mathcal{C}_f situés en dessous de ceux de la courbe \mathcal{C}_g .

Les étapes de la recherche sont les suivantes :

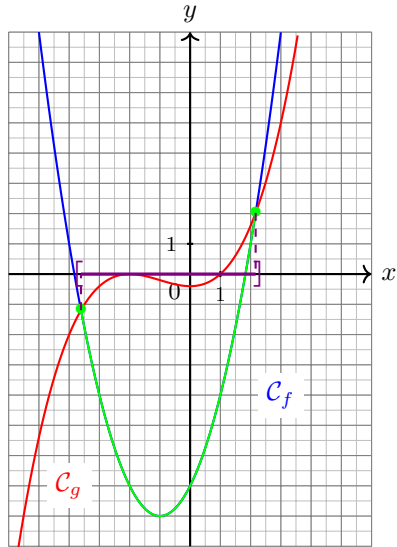
1

Identifiez les points de \mathcal{C}_f situés en dessous de ceux de \mathcal{C}_g .



2

Lire les abscisses correspondantes.



Enfin donnez les solutions sous forme d'ensemble : l'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2 + 2x - 7 \leq 0, 1(x + 2)^3 - 0.3(x + 2)^2$ est $[-3, 6 ; 2, 2]$.

Exercice 8.

Exercice 33 page 104 du manuel **Sesamath** : résolution d'inéquations.

Exercice 9.

Exercice 35 page 104 du manuel **Sesamath** : résolution d'inéquations.

