

## 21 Évolution.

Un commerçant vous offre une réduction de 300 euros. Est-ce intéressant ?

La réponse dépend de la valeur de ce qui est vendu. Pour un appartement c'est peu mais pour un téléphone c'est très intéressant.

Le montant de la réduction doit être comparé par rapport au prix initial. Qui dit rapport dit proportionnalité, dit division.

### I Taux d'évolution.

Les variations d'une valeur, de  $V_D$  (valeur de Départ) jusqu'à  $V_A$  (valeur d'Arrivée), peuvent se calculer soit avec la *variation absolue*

$$V_A - V_D$$

soit avec la *variation relative*

$$t = \frac{V_A - V_D}{V_D}$$

#### Définition 1

Lorsque la variation relative est exprimée en pourcentage nous parlerons de *taux d'évolution* (ou taux de croissance ou encore pourcentage d'évolution)

$$t = \frac{V_A - V_D}{V_D} \times 100$$

#### Remarques.

1. La variation absolue est dans la même unité que la valeur. La variation relative n'a pas d'unité : on la donne souvent en écriture décimale ou sous forme de pourcentage (taux).
2. Le taux d'évolution (comme la variation absolue) est négatif s'il s'agit d'une baisse, et positif s'il s'agit d'une hausse.
3. Les économistes distinguent parfois le taux de diminution et le taux d'augmentation. Ces deux taux sont alors positifs.
4. La variation relative se donne avec 4 décimales et le taux avec 2 décimales sauf indications contraires dans les exercices.

## II Coefficient multiplicateur.

« Un employeur annonce que les salaires seront augmentés de 5 %. Quel sera le nouveau salaire d'un employé qui touchait 1 600 €. »

- Le montant de l'augmentation correspond à 5 % du salaire initial :

$$\frac{5}{100} \times 1\,600 = 80 \text{ €}$$

- Donc le nouveau salaire est

$$1\,600 + 80 = 1\,680 \text{ €}$$

Nous allons apprendre un nouveau raisonnement pour répondre à cette question. Le nouvel outil qui est utilisé, le coefficient multiplicateur, devient indispensable pour les raisonnements complexes (taux d'évolutions successifs vus plus loin), ou pour créer des algorithmes.

### Définition 2

Le *coefficient multiplicateur* est le nombre par lequel il faut multiplier la valeur de départ pour obtenir la valeur d'arrivée :

$$V_D \times CM = V_A$$

### Proposition 1

Pour calculer le coefficient multiplicateur nous pourrions utiliser l'une des formules suivantes :

$$CM = \frac{V_A}{V_D} \quad \text{ou} \quad CM = 1 + \frac{t}{100}$$

### Remarques.

1. La première formule montre que le coefficient multiplicateur est un nombre sans unité (comme les taux d'évolution qu'il va remplacer).
2. Dans la formule  $t$  est exprimé en pourcentage et peut être positif ou négatif.

3.  $CM$  est inférieur à 1 s'il s'agit d'une diminution et supérieur à 1 s'il s'agit d'une hausse.
4. Nous mélangerons parfois la seconde formule et la définition en écrivant

$$V_D \times \left(1 + \frac{t}{100}\right) = V_A$$

### Proposition 2

Pour retrouver le taux d'évolution (en pourcentage) à partir du coefficient multiplicateur nous utiliserons :

$$t = 100 \times (CM - 1)$$

## III Exercices.

### Exercice 1. C

Le montant de la redevance audiovisuel en France métropolitaine était de 114,49 euros en 2001 et de 123 euros en 2011. Calculez la variation absolue et le taux d'évolution de cette taxe de 2001 à 2011.

### Exercice 2. C

Lors de soldes un commerçant baisse le prix d'un article de 90 à 60 euros. Quel est le taux d'évolution appliqué à cet article.

### Exercice 3. C

Calculez la variation absolue et le taux d'évolution du nombre d'élève choisissant l'option mathématique en terminale ES entre 2014 et 2017 d'après le tableau suivant :

Année	2013	2014	2015	2016	2017
Nombre d'élèves	27	29	24	33	21

### Exercice 4. ☹

Si l'année dernière vos vacances vous avaient coûté 1200 € et que leur coût a doublé cette année, combien allez-vous dépenser cette année? Quel est le coefficient multiplicateur correspondant à cette évolution?

Exercice 5. C

Dans la pièce *Le Cid* de Corneille, nous pouvons lire ces vers :

« Nous partîmes cinq cents, mais par un prompt renfort,  
Nous nous vîmes trois milles en arrivant au port. »

Calculez le coefficient multiplicateur correspondant à cette évolution.

Exercice 6. C

Le P.I.B. (produit intérieur brut) d'un pays est passé de 196 milliards de dollars à 204.

Calculez le coefficient multiplicateur correspondant à cette évolution. Vous arrondirez le résultat à  $10^{-4}$  près par excès.

Exercice 7. C

Calculez les coefficients multiplicateurs correspondant à :

- une hausse de 20 %,
- une hausse de 100 %,
- une baisse de 20 %,
- une hausse de 200 %.

Exercice 8. C

Si un salaire de 1 800 € augmente de 5 % quel est alors le nouveau salaire ?

Exercice 9. C

Le chiffre d'affaires du marché de l'e-commerce (ventes par internet) en France s'élevait à 4,4 milliards d'euros début 2008 et a enregistré une croissance de 27,3 % au cours de l'année.

Calculez le chiffre d'affaires de l'e-commerce, au dixième de milliard d'euro près, au début de l'année 2009.

Exercice 10. C

Le chiffre d'affaires du groupe Carrefour en 2016 s'élevait à 85,59 milliards d'euros et a enregistré une croissance de 3 % au cours de l'année 2017.

Calculez le chiffre d'affaires de Carrefour en 2017, au centième de milliard d'euro près.

Exercice 11. C

À la suite d'une surproduction, le prix de vente d'un légume a été divisé par 3. Calculez le taux d'évolution du prix du légume.

Exercice 12. C

Sachant que la valorisation de mon portefeuille d'actions entre le mois de juillet et le mois d'août a été multipliée par 0,975, déterminez le taux d'évolution de mes biens mobiliers entre le mois d'août et le mois de juillet.

Exercice 13. C

Un ordinateur est proposé en promotion à 600 euros après avoir baissé de 12 %. Quel était son prix avant la promotion ?

Exercice 14. C

Un article augmente de 20 %. Quel taux dois-je lui appliquer pour qu'il retrouve sa valeur initiale ?

Exercice 15. C

En France la consommation de yaourts, par an et par personne, a baissé de 22,7 % entre 1998 et 2008, pour atteindre 51,5 kg. Calculez la consommation annuelle par personne en 1998.

Exercice 16. C

Le montant total des dons effectués par les Français a augmenté de 4 % entre 2014 et 2015 pour atteindre 4,5 milliards d'euros. Quel était le montant des dons en 2014.

Exercice 17. D

*L'accord de Kyoto (1997)*

Le principal gaz à effet de serre (GES) est le dioxyde de carbone, noté  $\text{CO}_2$ . En 2011, la France a émis 486 mégatonnes de GES en équivalent  $\text{CO}_2$  contre 559 mégatonnes en 1990.

1. Dans l'accord de Kyoto, la France s'est engagée à réduire ses GES de 8 % entre 1990 et 2012.  
Peut-on dire qu'en 2011 la France respectait déjà cet engagement ? Justifier la réponse.
2. Sachant que les émissions de 2011 ont marqué une baisse de 5,6 % par rapport à 2010, calculer le nombre de mégatonnes en équivalent  $\text{CO}_2$  émises par la France en 2010. Arrondir le résultat à 0,1.

## Exercice 18. D

Voici la liste des notes sur vingt, obtenues par Luc et Julie aux six devoirs de mathématiques du dernier trimestre :

Devoir	$n^{\circ}1$	$n^{\circ}2$	$n^{\circ}3$	$n^{\circ}4$	$n^{\circ}5$	$n^{\circ}6$	Moyenne
Note de Luc	12	5	18	11	19	$a$	
Note de Julie	20	15	4	9	$x$	$y$	12,5

1. (a) Calculez la moyenne de Luc, si la note  $a$  obtenue au sixième devoir est 13.  
 (b) Une meilleure note au devoir  $n^{\circ}6$  aurait-elle permis à Luc d'obtenir une moyenne de 15?
2. La note obtenue par Julie au devoir  $n^{\circ}6$  a augmenté de 25 % par rapport à celle qu'elle a obtenue au devoir  $n^{\circ}5$ .  
 (a) Exprimez  $y$  en fonction de  $x$ .  
 (b) Calculez  $x$  et  $y$ .



