

20 Expressions fractionnaires.

I Division.

II Manipuler les expressions fractionnaires.

- 1 Une simplification et une astuce.
- 2 Produit.
- 3 Simplification par facteur commun.
- 4 Diviser c'est multiplier par l'inverse.
- 5 Inverse.
- 6 Expression fractionnaire et signe.
- 7 Somme.
- 8 Différence.
- 9 Quotient.

III Exercices.

Exercice 1. A

Donnez les expressions irréductibles des nombres rationnels suivants.

$$\text{a) } A = \frac{2}{7} \times \frac{9}{4}.$$

$$\text{b) } B = 5 \times \frac{7}{15}.$$

$$\text{c) } C = \frac{36}{35} \times \frac{21}{12}.$$

$$\text{d) } D = \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{15} \right) \times \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{4} \right).$$

$$\text{e) } E = \frac{4}{3} \times \left(\frac{1}{8} - 1 \right).$$

$$\text{f) } F = \frac{\frac{-9}{4} \times \frac{5}{9}}{1 - \frac{7}{12}}.$$

Correction de l'exercice 1

$$\text{a) } A = \frac{2 \times 3^2}{2^2 \times 7} = \frac{3^2}{2 \times 7} = \frac{9}{14}.$$

$$\text{b) } B = \frac{5 \times 7}{3 \times 5} = \frac{7}{3}.$$

$$\text{c) } C = \frac{2^2 \times 3^2 \times 3 \times 7}{5 \times 7 \times 3 \times 2^2} = \frac{3^2}{5} = \frac{9}{5}.$$

$$\text{d) } D = \left(\frac{3 \times 4}{3 \times 5} - \frac{1}{15} \right) \frac{4+6}{4 \times 6} = \frac{11}{15} \times \frac{10}{24} = \frac{11 \times 3 \times 5}{2 \times 5 \times 2^3 \times 3} = \frac{11}{16}.$$

$$\text{e) } E = \frac{4}{3} \left(\frac{1}{8h} - \frac{8}{8} \right).$$

$$\text{f) } F = \frac{\frac{-3^2 \times 5}{2^2 \times 3^2}}{\frac{12}{12} - \frac{7}{12}} = \frac{-\frac{5}{4}}{\frac{5}{12}} = -\frac{5}{4} \times \frac{12}{5} = -\frac{12}{4} = -3.$$

Exercice 2. C

Soit x un nombre.

Simplifiez les écritures fractionnaires suivantes.

a) $A = \frac{6x}{2}.$

b) $B = \frac{2x}{8}.$

c) $C = \frac{3x+9}{3}.$

d) $D = \frac{8x+12}{6}.$

Correction de l'exercice 2

a) $A = 3x.!$

b) $B = \frac{1}{4}x.$

c) $C = x + 3.$

d) $D = \frac{4}{3}x + 2.$

Exercice 3. C

Soit x un nombre.

Écrivez chaque expression littérale sous forme d'une seule expression fractionnaire.

a) $A = 2x - \frac{x}{5}.$

b) $B = \frac{3}{2}x - 5.$

c) $C = 5 \times \frac{4x-1}{3}.$

d) $D = \frac{2x-3}{4} - 1.$

e) $E = 2 - \frac{3x+2}{3}.$

f) $F = \frac{x}{6} - \frac{5x-4}{4}.$

g) $G = x + \frac{x-4}{2}.$

h) $H = 3 - \frac{x-1}{4}.$

i) $I = \frac{3x-2}{8} - \frac{5x+1}{6}.$

Correction de l'exercice 3

a) $A = \frac{9x}{5}.$

b) $B = \frac{3x-10}{2}.$

c) $C = \frac{20x-5}{3}.$

d) $D = \frac{2x-7}{4}.$

e) $E = \frac{-3x+4}{3}.$

f) $F = \frac{-13x+12}{12}.$

g) $G = \frac{3x-4}{2}.$

h) $H = \frac{-x+13}{4}.$

i) $I = \frac{-11x-10}{24}.$

Exercice 4. C

Soit x un nombre. On supposera que les dénominateurs des expressions fractionnaires considérés sont tous non nuls.

Écrivez chaque expression littérale sous forme d'une seule expression fractionnaire.

a) $A = \frac{2}{x+1} - \frac{x}{x+1}.$

b) $B = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x}.$

c) $C = \frac{x}{4} - \frac{4}{x}.$

d) $D = \frac{x}{x+2} - \frac{x}{x+3}.$

e) $E = \frac{x}{x+1} + \frac{2x-1}{x}.$

f) $F = \frac{x}{x-1} - x.$

Correction de l'exercice 4

a) $A = \frac{-x+2}{x+1}.$

b) $B = \frac{2x+1}{x(x+1)}.$

c) $C = \frac{x^2-16}{4x}.$

d) $D = \frac{x}{(x+1)(x+3)}.$

e) $E = \frac{3x^2+x-1}{x(x+1)}.$

f) $F = \frac{-x^2+2x}{x-1}.$

Exercice 5. C

Réduisez au même dénominateur puis summez.

a) $f(x) = 3 + \frac{1}{x-2}.$

b) $f(x) = 2x - 1 - \frac{1}{x}.$

c) $f(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}.$

d) $f(x) = \frac{2}{x} - \frac{1}{3x-1}.$

e) $f(x) = \frac{1}{x(x+1)} + \frac{2}{x-1}.$

f) $f(x) = \frac{x}{x^2-4} - \frac{1}{x-2}.$

g) $f(x) = \frac{x-2}{3x-1} - \frac{x+1}{3x+1}.$

h) $f(x) = \frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{4}{(x-1)(x-5)}.$

Exercice 6. E

Soit $n \in \mathbb{N}$.

1. Montrez que : $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)}.$

2. Déduisez-en $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}.$