

19 Identités remarquables.

I Les identités à connaître par cœur.

II Exercices.

Exercice 1. C

Développez les expressions polynomiales suivantes.

a) $A(x) = (x + 6)^2.$

b) $B(x) = (x - 11)^2.$

c) $C(x) = (x + 3^2)(x - 3^2).$

d) $D(x) = (2x - 3)^2.$

e) $E(x) = (-7x + 3)^2.$

f) $F(x) = (3x - 6)(3x + 6).$

g) $G(x) = x(5x - 7)^2.$

Exercice 2. C

Factorisez les expressions polynomiales suivantes.

a) $A(x) = x^2 + 6x + 9.$

b) $B(x) = 49x^2 - 14x + 1.$

c) $C(x) = x^2 + 2x + 1.$

d) $D(x) = x^2 - 8.$

e) $E(x) = x^4 - 49.$

Exercice 3. D

Résolvez les équations.

a) $x^2 = 81.$

b) $9x^2 - 42x + 49 = 0.$

c) $x^2 + 4 = 0.$

d) $x^4 - 16 = 0.$

e) $3x = -\frac{1}{4}x^2 - 9.$

f) $x^2 = 14x - 7.$

Exercice 4. D

Soit $f : x \mapsto (x + 1)^2 - 4$.

1. Développer $f(x)$.
2. Factoriser $f(x)$.
3. Parmi les trois formes précédentes de $f(x)$, choisir la plus adaptée pour :
 - (a) calculer $f(0)$, $f(1)$, $f(-3)$, $f(-1)$, $f(\sqrt{3})$.
 - (b) résoudre l'équation $f(x) = 0$.
 - (c) Résoudre l'équation $f(x) = -4$.
 - (d) Résoudre l'équation $f(x) = -3$.

Correction de l'exercice 4

1.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 + 2 \times x \times 1^2 - 4 \\ &= x^2 + 2x - 4 \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x + 1)^2 - 2^2 \\ &= [(x + 1) + 2] \times [(x + 1) - 2] \\ &= (x + 3)(x - 1) \end{aligned}$$

3. (a)

$$\begin{aligned} f(0) &= 0^2 + 2 \times -3 \\ &= -3 \\ f(1) &= (1 + 3)(1 - 1) \\ &= 0 \\ f(-3) &= (-3 + 3)(-3 - 1) \\ &= 0 \\ f(-1) &= (-1 + 1)^2 - 4 \\ &= -4 \\ f(\sqrt{3}) &= \sqrt{3}^2 + 2\sqrt{3} - 3 \\ &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\Leftrightarrow (x + 3)(x - 1) = 0 \\ &\Leftrightarrow x = -3 \text{ ou } x = 1 \end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}f(x) = -4 &\Leftrightarrow (x+1)^2 - 4 = -4 \\ &\Leftrightarrow (x+1)^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow x+1 = 0 \\ &\Leftrightarrow x = -1\end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned}f(x) = -3 &\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = -3 \\ &\Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \\ &\Leftrightarrow x(x+2) = 0 \\ &\Leftrightarrow x+2 = 0 \text{ ou } x = 0 \\ &\Leftrightarrow x = -2 \text{ ou } x = 0\end{aligned}$$