

17 Pourcentage de pourcentage.

I Proportion de proportion.

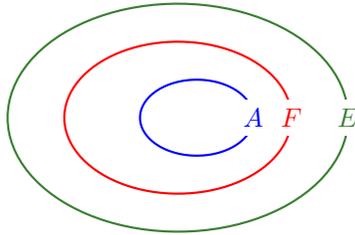
Comme souvent travailler avec les pourcentages peut être source d'erreurs est il vaut mieux raisonner avec les proportion. Par exemple on préférera à 25% la proportion $\frac{25}{100}$.

Proposition 1

Soient E , F et A des ensembles.

Si $A \subset F \subset E$ alors, en notant $p_A(E)$ la proportion de E dans A , $p_E(F)$ la proportion de F dans A et $p_F(A)$ la proportion de A dans F , alors

$$p_E(A) = p_E(F) \times p_F(A).$$



Démonstration

Par définition : $p_E(F) = \frac{|F|}{|E|}$ et $p_F(A) = \frac{|A|}{|F|}$.

Donc :

$$\begin{aligned} p_E(F) \times p_F(A) &= \frac{|F|}{|E|} \times \frac{|A|}{|F|} \\ &= \frac{|F| \times |A|}{|E| \times |F|} \\ &= \frac{|A|}{|E|} \\ &= p_E(A) \end{aligned}$$

Remarques.

1. Nous avons des inclusions successives : $A \subset F \subset E$.
2. Pour déterminer une proportion de proportion on fait le produit des proportions.

- Les proportions fonctionnent de façon multiplicative. Vous retrouverez cette idée en classe de première en parlant de *principe multiplicatif*.
- Dans cette proposition il y a deux populations de références : E et F .
- Ce résultat n'utilise pas les effectifs des populations mais seulement les proportions. Nous utiliserons ce résultat lorsque les seules informations sont des proportions.

Exemples.

- 18 % des amateurs de jeux vidéos n'ont pas le bac. Parmi ceux-ci 7 % n'ont pas le brevet des collèges.
Comme : $\frac{7}{100} \times \frac{18}{100} = \frac{126}{10000} = \frac{12,6}{1000}$ on peut dire que 12,6 % des joueurs de jeux vidéos n'ont pas le brevet des collèges.
- $\frac{4}{3}$ de $\frac{9}{10}$ est donc $\frac{4}{3} \times \frac{9}{10} = \frac{2}{15}$.

II Exercices.

Exercice 1. A

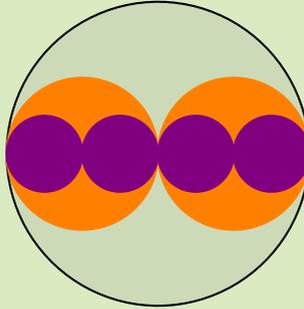
On donne ci-dessous la composition des classe d'un lycée.

Classe	2de	1ere	Tle	BTS
Effectif	235	184	200	36

- Calculez l'effectif total.
 - Complétez le tableau par la ligne de fréquences exprimées en pourcentage.
- On considère que la totalité des BTS sont majeurs et que 6 % des élèves de terminale sont majeurs.
 - Déterminez la proportion d'élèves majeurs dans le lycée.
 - On sait que 75 % des élèves majeurs du lycée ont le permis de conduire et, parmi eux, 75 % ont une voiture.
Jusqu'à combien de voitures d'élèves peuvent être garées devant le lycée.

Exercice 2. B

On considère la figure ci-dessous.



1. À quelle fraction d'un disque orange correspondent deux disques violets ?
2. Déduisez-en la fraction du grand disque que représentent deux disques oranges.
3. À quelle fraction du grand disque correspondent les quatre petits disques violets ?

Exercice 3. C

Dans une société les cadres représentent 40 % des salariés et les cadres supérieurs représentent 20 % des cadres.

Quelle est la proportion de cadres supérieurs par rapport aux salariés de cette société ?

Exercice 4. C

Une société de téléphonie propose trois mode d'abonnement différents :

- forfait *A* : moins de 2 h de communication ;
- forfait *B* : moins de 4 h de communication ;
- forfait *C* : temps de communication illimité.

La part de clients ayant souscrit le forfait *A* est de 0,35 et les clients ayant choisi le forfait *B* représentent la moitié de la clientèle.

De plus 80 % des clients ayant choisi le forfait *C* ont également choisi l'internet illimité.

1. Quelle est la part de clients ayant choisi le forfait illimité ? Exprimez ce résultat en pourcentage.
2. Quelle est la part des clients qui ont choisi un forfait *C* mais sans l'internet illimité.

Exercice 5. D

Un contrôleur d'une fabrique de roulements à billes doit présenter le taux de rejet dû à une nuisance sonore trop importante.

On donne ci-dessous les mesures, en dB, effectuées sur un échantillon de taille 20.

35,2 ; 33,2 ; 40,5 ; 31,0 ; 29,9 ; 29,4 ; 33,2 ; 31,2 ;
 34,5 ; 41,1 ; 36,8 ; 37,8 ; 37,6 ; 28,5 ; 36,5 ; 31,8 ;
 40,0 ; 39,7 ; 31,4 ; 34,7.

1. (a) Recopiez et remplissez le tableau ci-dessous.

Mesure	[25; 30[[30; 35[...
Fréquence (%)			

- (b) Un roulement à billes est rejeté s'il émet un son d'intensité supérieure ou égale à 40 dB.

Quelle est la proportion rejetée ?

2. L'entreprise est composée de trois sites de production A, B et C.

Le site A représente 70 % de la production de l'entreprise. Sur sa production, la fréquence de roulements rejetés est de 2 %.

Le site B représente 10 % de la production de l'entreprise. Sur sa production, la fréquence de roulements rejetés est de 10 %.

Dans la production du site C la fréquence de roulements rejetés est de 4 %.

- (a) Recopiez et complétez le tableau des proportions ci-dessous.

Site	Non rejetés	Rejetés	Total
A			
B			
C			
Total			100 %

- (b) Le directeur de l'entreprise souhaite que le taux de rejet soit inférieur à 3 % sur l'ensemble des sites de production. L'objectif est-il atteint ?

17 Pourcentage de pourcentage.