Entraînement du 17/09/2020.

I Exercice. 6 points

Partie A.

1.

	Avec défaut A	Sans défaut A	Total
Avec défaut B	60	60	120
Sans défaut B	120	40	160
Total	180	100	280

2. (a) Notons E_1 l'ensemble des 280 pièces prélevées, B celui des pièces présentant le défaut B.

   Calculons la proportion, $p_{E_1}(B)$, des pièces présentant le défaut B.

$$\begin{aligned} p_{E_1}(B) &= \frac{|B|}{|E_1|} \\ &= \frac{120}{280} \\ &= \frac{3}{7} \\ &\approx 0{,}42857 \end{aligned}$$

$$\boxed{p_{E_1}(B) \approx 42{,}86\ \%.}$$

   (b) Notons I l'ensemble des pièces présentant les défauts A et B.

   Calculons la proportion, $p_{E_1}(I)$, des pièces présentant les défauts A et B.

$$\begin{aligned} p_{E_1}(I) &= \frac{|I|}{|E_1|} \\ &= \frac{60}{280} \\ &= \frac{3}{14} \\ &\approx 0{,}21428 \end{aligned}$$

$$\boxed{p_{E_1}(I) \approx 21{,}43\ \%.}$$

Partie B.

1. Notons E l'ensemble des pièces produites, F l'ensemble des pièces présentant le défaut A, J l'ensemble des pièces présentant à la fois les défauts A et B.

   Calculons $p_E(J)$ la proportion des pièces avec les défauts A et B.

$$\begin{aligned} p_E(J) &= p_E(F) \times p_F(J) \\ &= \frac{55}{100} \times \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\boxed{p_E(J) = \tfrac{11}{60}.}$$

2.

II Exercice. 6 points

1. $3\,465 = 3^2 \times 5 \times 7 \times 11.$

2.

$$\begin{aligned} \frac{7}{50} - \frac{3}{25} &= \frac{7}{50} - \frac{3\times 2}{25\times 2} \\ &= \frac{7}{50} - \frac{6}{50} \\ &= \frac{1}{50} \end{aligned}$$

$$\frac{7}{50} - \frac{3}{25} = \frac{1}{50}.$$

3.

$$\begin{aligned}\frac{5}{9} \times \frac{3}{10} &= \frac{5 \times 9}{9 \times 10} \\ &= \frac{3 \times 2 \times 5}{3 \times 3 \times 2 \times 5} \\ &= \frac{1}{3}\end{aligned}$$

$$\frac{5}{9} \times \frac{3}{10} = \frac{1}{3}.$$

4.

$$\frac{x}{7} + \frac{2}{3} = \frac{x \times 3 + 2 \times 7}{7 \times 3}$$

$$\frac{x}{7} + \frac{2}{3} = \frac{3x+14}{21}.$$

5. (a) Les fonctions sont `mini` et `truc`.

(b) `mini` admet 2 arguments et `truc` en admet 4.

(c)

```
def mini(a,b):
    "minimum de deux nombres"
    if a<=b:
        return a
    else:
        return b
```

(d)

```
def truc(a,b,c,d):
    "minimum de quatre nombres"
    x=mini(a,b)
    x=mini(x,c)
    x=mini(x,d)
    return x
```

6.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$
$-13{,}4$			×	×
$\dfrac{12}{4}$	×	×	×	×
$\sqrt{2}$				
$\dfrac{1}{3}$				×

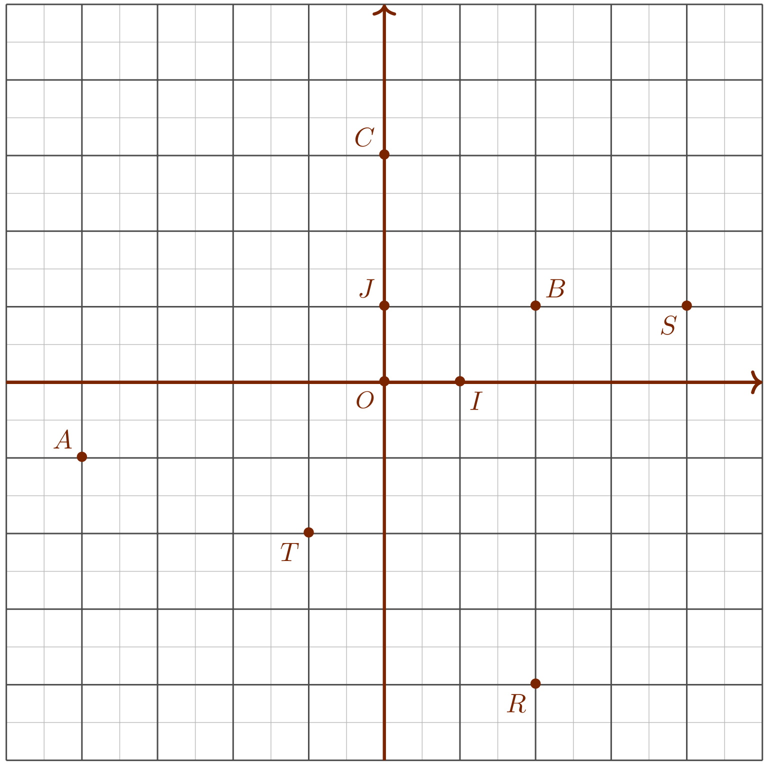
III Exercice. 8 points

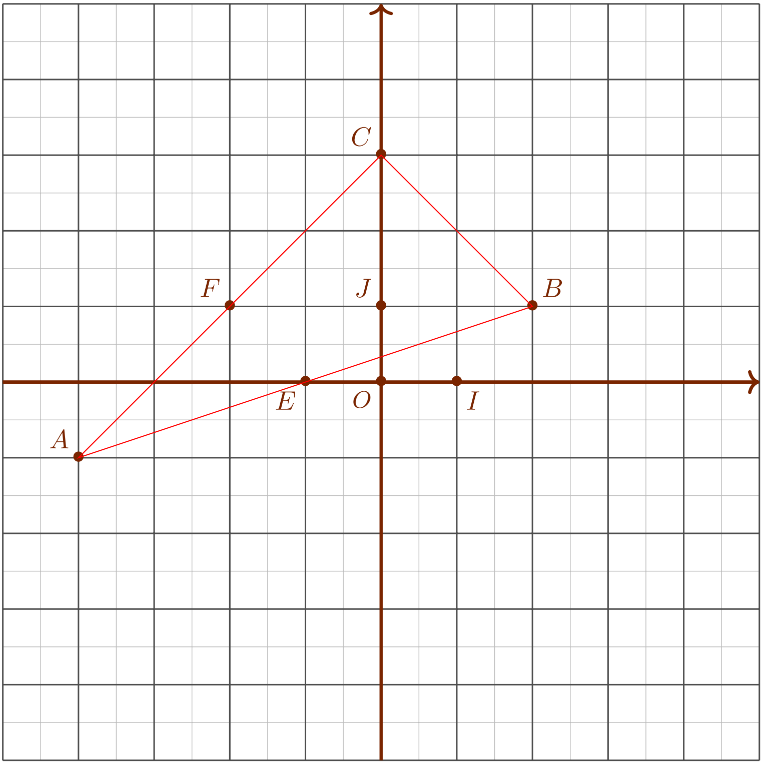
1. (a) L'abscisse de R est 2.

   (b) L'ordonnée de S est 1.

   (c) $T(-1;-2)$.

2.



3. 

Démontrons que $BCFE$ est un trapèze.

* Configuration de Thalès. Les points A, F, C d'une part et A, E, B d'autre part sont alignés dans cet ordre.
* Hypothèses de la réciproque de Thalès. E et F étant les milieux : $\frac{AE}{AB} = \frac{1}{2}$ et $\frac{AF}{AC} = \frac{1}{2}$ donc $\frac{AE}{AB} = \frac{AC}{AF}$.

Des deux ponts précédents, et d'après la réciproque du théorème de Thalès : $(EF) \parallel (BC)$.
Autrement dit :

$$\boxed{EFCB \text{ est un trapèze de bases } [EF] \text{ et } [BC].}$$

4. Déterminons les coordonnées de E.

Puisque E est le milieu de $[AB]$:

$$x_E = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-4+2}{2} = -1$$

$$y_E = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-1+1}{2} = 0$$

$$\boxed{E\,(-1;0).}$$

5. Calculons EA.

   $(O;I,J)$ est un repère orthonormé donc

$$\begin{aligned} AE &= \sqrt{(x_E - x_A)^2 + (y_E - y_A)^2} \\ &= \sqrt{[-1-(-4)]^2 + [0-(-1)]^2} \end{aligned}$$

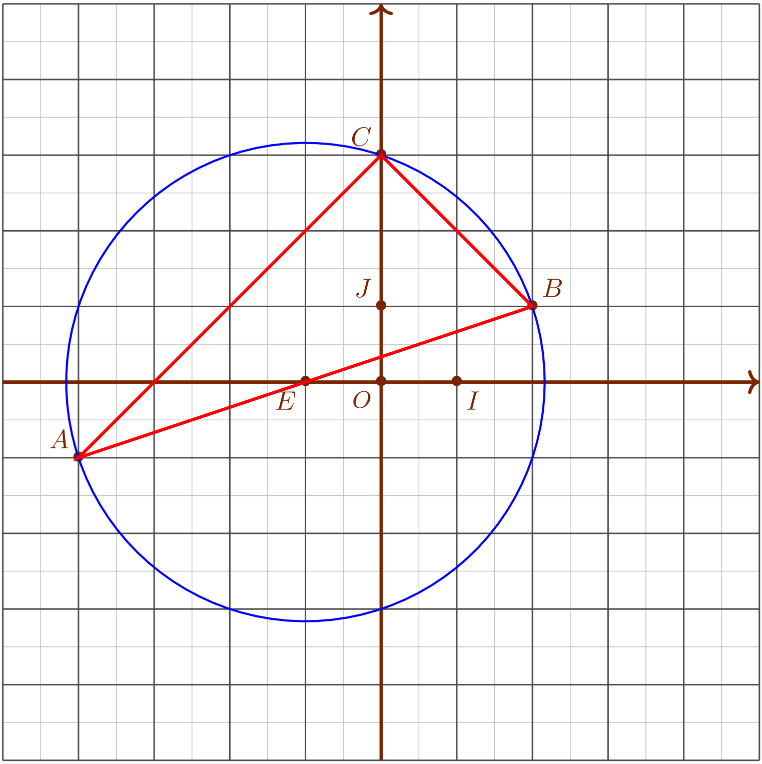
$$\boxed{AE = \sqrt{10}.}$$

6. Démontrons que C appartient à $\mathscr{C}$.

   En procédant comme à la question précédente nous obtenons $EC = \sqrt{10}$. Donc

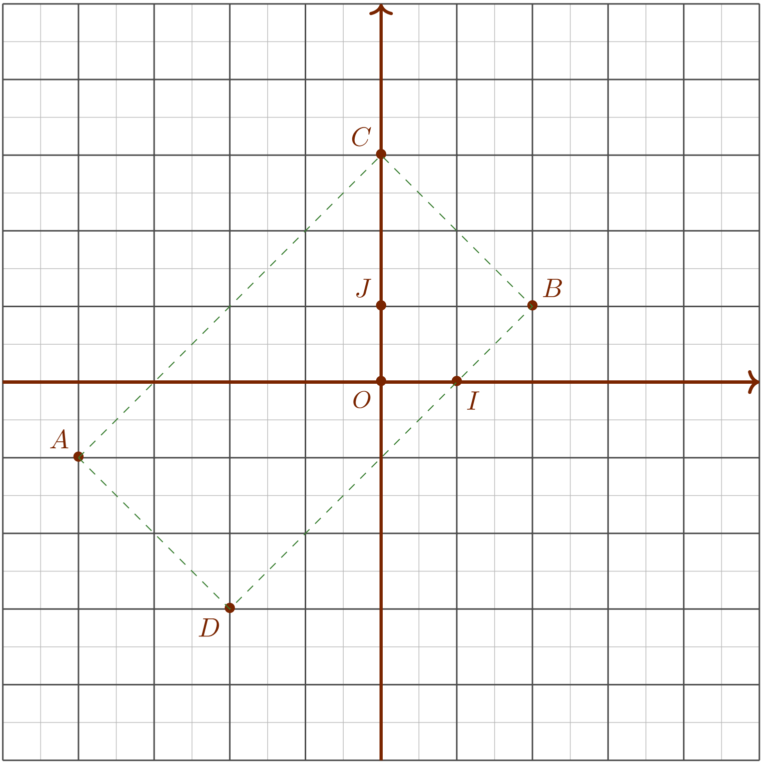
$$\boxed{C \in \mathscr{C}.}$$

7.



D'après ce qui précède ABC est inscrit dans $\mathscr{C}$ et $[AB]$ est un diamètre de $\mathscr{C}$ donc

ABC est rectangle en C.

8. 

D'après le graphique

$ACbD$ semble être un rectangle.

Il est aisé de vérifier que le milieu de $[DC]$ a pour coordonnées $(-1;0)$ donc les diagonales de $ACBD$ se coupent en leur milieu. Autrement dit $ACBD$ est un parallélogramme.

De plus, d'après la question précédente $\widehat{ACB}$ est droit donc le parallélogramme

$ACBD$ est un rectangle.

IV Annexes.

Annexe 1.

Annexe 2.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$
$-13{,}4$			×	×
$\frac{12}{4}$	×	×	×	×
$\sqrt{2}$				
$\frac{1}{3}$				×

Annexe 3.