Évaluation 03/04/2020.

I Exercice. 5,25 points

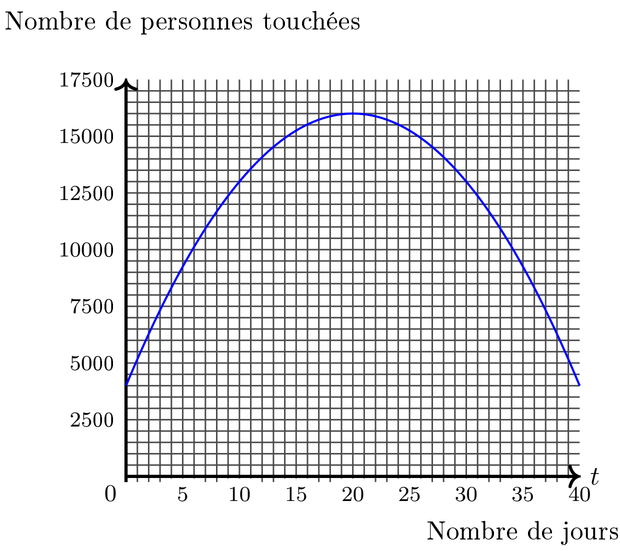
On s'intéresse à la propagation d'une maladie dans une ville de 130 000 habitants. La fonction f définie sur l'intervalle $[0; 40]$ par

$$f(t) = -30t^2 + 1\,200t + 4\,000$$

modélise le nombre de personnes touchées par la maladie au bout de t jours de suivi de la propagation.

Partie A : Étude graphique

*On donne ici et en **annexe 1** la courbe représentative de la fonction f. Répondez aux questions ci-dessous par lecture graphique. Les résultats seront justifiés en laissant les traits de construction sur le graphique.*



1. Déterminez le nombre de personnes touchées par la maladie au bout de 15 jours de suivi de la propagation.

   0,5 *points*

2. Le conseil municipal a décidé de fermer les crèches de la ville lorsque plus de 10 % de la population est touchée par la maladie. Pendant combien de jours les crèches ont-elles été fermées ?

   1 *points*

3. Déterminez le maximum de f en précisant pour quelle valeur il est atteint puis interprétez-le.

   0,5 *points*

Partie B : Étude algébrique

1. Dans cette question nous allons rechercher les éventuels antécédents de 13 000 par f.

   (a) Démontrez que $f(t) = 13\,000$ si et seulement si $-30t^2+1\,200t-9000 = 0$.

   0,25 *points*

   (b) Démontrez que, pour tout x réel,

   $$-30x^2 + 1\,200x - 9000 = -30(x-10)(x-30).$$

   0,75 *points*

   (c) Déduisez des questions précédentes les jours correspondant à l'ouverture ou la fermeture des crèches.

   0,75 *points*

2. On souhaite dans cette question démontrer que le maximum de f est atteint en 20.

   (a) Calculez l'image de 20 par f.

   0,25 *points*

   (b) Démontrez que pour tout t dans $[0; 40]$

   $$f(t) = -30(t-20)^2 + 16\,000.$$

   0,75 *points*

   (c) Complétez le raisonnement donné ci-dessous et sur l'**annexe 2** qui permet de démontrer que le maximum de f est atteint en 20.

   0,5 *points*

Soit $t \in [0;40]$.
Un nombre au carré est toujours .... donc

$$(t-20)^2 \geqslant 0$$

Nous en déduisons successivement :

$$-30(t-20)^2 \leqslant 0 \quad \text{car} \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$-30(t-20)^2 + \dots\dots\dots\dots \leqslant \dots\dots\dots\dots$$

$$f(t) \leqslant 16\,000$$

Donc nous avons toujours $f(t) \leqslant f(20)$. Autrement dit 16 000 est maximum de f et il est atteint pour $t = 20$.

II Exercice. 4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chacune des quatre questions, une et une seule des réponses proposées est exacte.
Recopier sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Chaque bonne réponse rapporte un point.
Aucun point n'est enlevé pour une réponse inexacte ou pour une absence de réponse.
Aucune justification n'est attendue.

En 2012, le prix d'un litre de carburant était de 1,40 €.
Ce prix a connu une augmentation de 3 % entre 2012 et 2013.

1. Le prix d'un litre de carburant en 2013 était alors de :

   a. 1,82 € **b.** 1,442 € **c.** 1,43 € **d.** 4,40 €

2. Ce prix augmente à nouveau de 10 % entre 2013 et 2014.
   Entre 2013 et 2014, le prix a été multiplié par :

   a. 10 **b.** 1,1 **c.** 101 **d.** 11,33

3. On prévoit que, sur la période 2014 – 2015, le prix du litre de carburant diminue jusqu'à reprendre sa valeur de 2013.
   Le taux d'évolution sur la période 2014-2015 sera alors de :

   a. −10 % **b.** 1,10 **a.** 0,90 **d.** −9,09 %

4. En supposant que, durant les quatre années précédant 2012, le prix d'un litre de carburant a augmenté de 5 % par an, alors le prix d'un litre de carburant entre 2008 et 2012 a augmenté de :

a. 20 % **b.** −20 % **c.** 21,55 % **d.** −18,14 %

III Exercice. 2,5 points

Soit $\mathcal{C}$ la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-2;6]$ vérifiant les contraintes suivantes :

- $f(-2) = 4$,
- l'image de 3 par f est -1,
- 1 est un antécédent de -1 par f,
- 6 est une solution de l'équation $f(x) = 3$,
- l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions,
- f est strictement croissante sur $[2;6]$.

À l'aide des informations ci-dessus, donner une allure possible pour la courbe $\mathcal{C}$ puis dresser le tableau de variation de f.

2 *points*

Comparer en justifiant $f(3\sqrt{2})$ et $f(\pi)$.

0,5 *points*

IV Exercice. 4,75 points

Les neuf classes de Seconde du lycée ont fait un devoir commun de mathématiques.

Les professeurs ont regroupé leurs résultats pour faire un bilan statistique.

Voici le tableau obtenu :

Notes	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Effectifs	4	2	7	16	12	21	20	30	19
Effectifs cumulés croissants	4	6	13	29	41	62	82	112	131
Fréquences cumulées croissantes en %	1,4	2,1	4,6	10,2	14,5	21,9	29,0	39,6	46,3

Notes	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Effectifs	20	30	22	17	29	16	9	7	2
Effectifs cumulés croissants	151	181	203	220	249	265	274	281	283
Fréquences cumulées croissantes en %	53,4	64,0	71,7	77,7	88,0	93,6	96,8	99,3	100,0

1. Déterminez l'étendue de cette série.

   0,25 *points*

2. Justifiez que la médiane de cette série de note est égale à 12.

   0,75 *points*

3. (a) Donnez, grâce à la calculatrice, les quartiles et la moyenne de cette série.

   0,75 *points*

   (b) Pour chacun des paramètres donnés à la question précédente, faire une phrase qui permette d'en comprendre la signification.

   0,75 *points*

4. On a réparti les notes des élèves suivant 5 classes :

Notes	$[0;4[$	$[4;8[$	$[8;12[$	$[12;16[$	$[16;20]$
Effectifs	4	37	90	89	63
Effectifs cumulés croissants					
Fréquences cumulées croissantes en %					

   (a) Recopiez et complétez les deux dernières lignes du tableau sur votre copie ou complétez sur l'**annexe 3**.

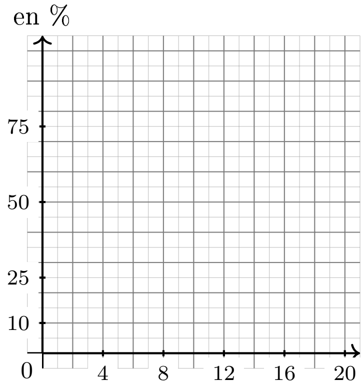
   0,25 *points*

   (b) Calculez la moyenne de cette nouvelle série.

   0,5 *points*

   (c) Construisez la courbe des F.C.C. sur l'**annexe 4** comme ci-dessous.

   1 *points*



(d) Par lecture graphique donner la médiane, le premier et le troisième quartile de cette nouvelle série. *Laissez apparent les tracés nécessaires à la lecture.*

0,5 *points*

V Exercice. 4 points

Soit, dans un repère $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ orthonormé, les points $A\,(-3;2)$, $B(-1;4)$, $C\left(\sqrt{3}-2;3-\sqrt{3}\right)$ et $D\left(3\sqrt{3}-2;3-3\sqrt{3}\right)$.

1. Calculez les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$, puis du point E tel que $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$. En déduire la nature du quadrilatère $ABED$.

   1,5 *points*

2. Montrez que les points A, C et E sont alignés.

   1 *points*

3. Montrez que ABC est isocèle en A.

   1 *points*

4. Soit F le milieu de $[BE]$. Déterminez les coordonnées du point F.

   0,5 *points*

Les questions qui suivent sont très mal payées. Ne les faites que si vous vous ennuyez.

5. Montrez que (BC) et (FD) sont parallèles.

   0,25 *points*

6. (FD) coupe (AE) au point G.
   Montrez que $BCDG$ est un parallélogramme.

   0,25 *points*

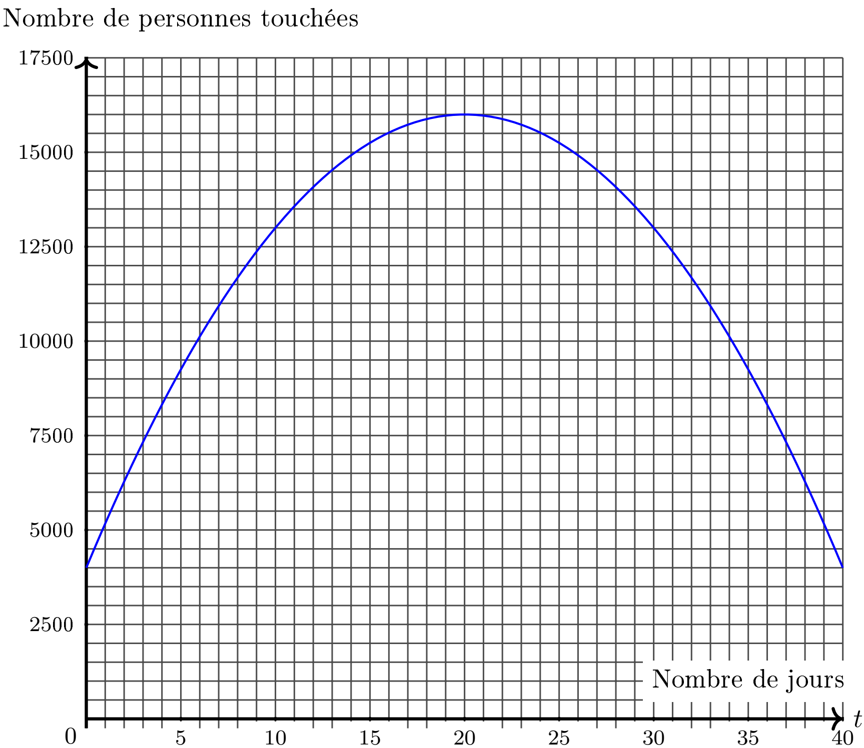
7. Quelle est la nature du triangle GDE ?

   0,25 *points*

VI Annexes.

Nom .... Prénom ....

Annexe 1.



Annexe 2.

Soit $t \in [0;40]$.
Un nombre au carré est toujours .... donc

$$(t-20)^2 \geqslant 0$$

Nous en déduisons successivement :

$$\begin{aligned} -30(t-20)^2 &\leqslant 0 \quad \text{car } \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ -30(t-20)^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots &\leqslant \ldots\ldots\ldots\ldots \\ f(t) &\leqslant 16\,000 \end{aligned}$$

Donc nous avons toujours $f(t) \leqslant f(20)$. Autrement dit 16 000 est maximum de f et il est atteint pour $t = 20$.

Annexe 3.

Notes	$[0;4[$	$[4;8[$	$[8;12[$	$[12;16[$	$[16;20]$
Effectifs	4	37	90	89	63
Effectifs cumulés croissants					
Fréquences cumulées croissantes en %					

Annexe 4.