

Devoir libre de Noël (2ieme).

I Exercice.

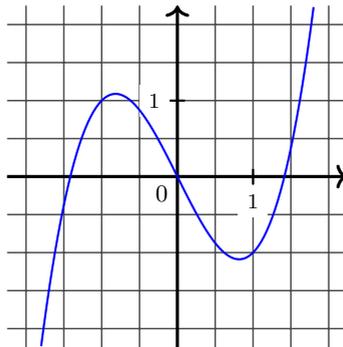
Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On considère les points suivants : $A(2; 1)$, $B(-2; 3)$, $C(-1; -2)$ et $D(-3; -1)$.

1. Les vecteurs \vec{AC} et \vec{BD} sont-ils colinéaires ?
2. Démontrez que le quadrilatère $ABDC$ est un trapèze.
3. Soit $E(3; -4)$.
 - (a) Démontrez que les coordonnées du milieu M de $[AB]$ sont $(0; 2)$.
 - (b) Les points D , C et E sont-ils alignés ?
 - (c) Soit F le point défini par $\vec{AF} = \frac{1}{3}\vec{AC}$.
Calculez les coordonnées du point F .
 - (d) Les points M , F et E sont-ils alignés ?

II Exercice.

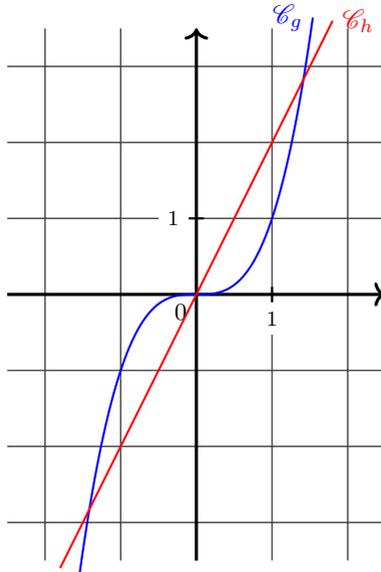
L'objectif de cet exercice est de résoudre de diverses façon l'équation (E) :
 $x^3 - 2x = 0$.

1. On a représenté ci-dessous la courbe représentative de f définie sur \mathbb{R} par
 $f(x) = x^3 - 2x$.



Résolvez graphiquement l'équation (E) .

2. On représenté ci-dessous les fonctions g et h définies sur \mathbb{R} respectivement par $g(x) = x^3$ et $h(x) = 2x$.



- (a) Montrez que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $x^3 - 2x = 0$ est équivalent à $x^3 = 2x$.
- (b) Utilisez la représentation graphique des fonctions g et h pour résoudre l'équation (E).
3. (a) Montrez que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $x^3 - 2x = 0$ équivaut à $x(x^2 - 2) = 0$.
- (b) Déduisez-en une résolution algébrique de (E).

III Exercice.

Aiko emménage dans une nouvelle ville et souhaite s'inscrire dans un club de cyclotourisme. Elle effectue une recherche sur internet et trouve les résultats suivants.

- La moyenne d'âge du *Club de l'ouest* est de 42,4 ans.
- La moyenne d'âge du *Club de l'est* est de 39,4 ans.

Aiko a 42 ans et habite en centre-ville : elle hésite donc entre ces deux clubs. Son mari lui conseille de s'inscrire dans le *Club de l'ouest* afin de se sentir plus proche des autres cyclistes et pour lier des amitiés.

Dès la première sortie avec le *Club de l'ouest*, Aiko est déçue car le rythme est trop soutenu : les retraités s'entraînent très régulièrement et les jeunes sont en pleine forme. De plus elle ne se sent proche de personne.

1. Aiko veut vérifier que les informations trouvées sur internet étaient justes. Calculez les moyennes de deux clubs à l'aide des tableaux d'effectifs qu'elle a récupérés auprès de chaque dirigeant.

Club de l'ouest.

Âge	17	18	19	20	21	58	61	63	66	68	69
Effectif	1	3	6	4	3	2	3	4	5	1	3

Club de l'est.

Âge	32	34	35	37	40	42	43	45	47	50
Effectif	6	4	3	2	2	5	6	4	2	1

2. Déterminez les médianes des deux séries puis calculez les deux écarts interquartiles.
3. Quels indicateurs auraient dû être affichés sur internet pour donner de meilleurs indications sur l'âge des membres de ces clubs ?

IV Exercice.

1. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Vous justifierez.
 - (a) Le quotient de deux nombres premiers distincts peut être un entier.
 - (b) Le quotient de deux nombres premiers distincts peut être un nombre décimal.
2. Écrivez sous la forme $a\sqrt{b}$ avec la valeur de b donnée.
 - (a) $\sqrt{50} + \sqrt{8} + \sqrt{18}$ avec $b = 2$.
 - (b) $\sqrt{75} + \sqrt{48} + \sqrt{12}$ avec $b = 3$.
 - (c) $\sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{300}$ avec $b = 3$.
 - (d) $\sqrt{175} + \sqrt{63} + \sqrt{28}$ en déterminant b .
3. Sans calculatrice écrivez les expressions suivantes sous forme simplifiée.

(a) $\frac{2}{3} + \frac{7}{15}$.

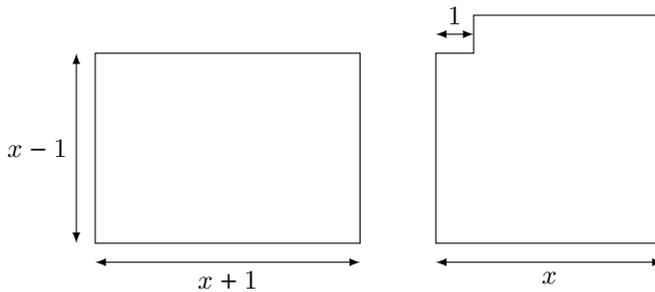
(b) $\frac{13}{30} - \frac{7}{15} + \frac{5}{3}$.

(c) $\frac{-2}{9} - \frac{-8}{15}$.

(d) $\frac{2}{11} + 2$.

V Exercice.

Dans un plan on considère d'une part un rectangle de de côté de longueur $x - 1$ et $x + 1$ et d'autre part un carré de côté de longueur x dans lequel on a enlevé un carré de longueur de côté 1. Voici un schéma illustrant la situation :



1. À quel plus grand intervalle x peut-il appartenir ?
2. À l'aide de la calculatrice, calculez l'aire de chacune de ces figures pour différentes valeurs de x .
3. Que pouvez-vous conjecturer ?
4. Montrez que pour tout $x \in]1; +\infty[$ ces deux figures ont la même aire.