

Proportions.

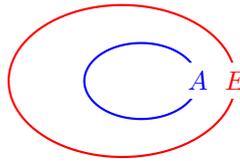
Dans cette leçon, si A est un ensemble d'objets, nous noterons $|A|$ son *cardinal*, *i.e.* le nombre d'objets qu'il y a dans l'ensemble A .

I Calculer une proportion.

Définition 1

Soient :

- E un ensemble fini,
- $A \subset E$ un sous-ensemble de E .



Nous appellerons *proportion de A dans E* le nombre rationnel

$$p_E(A) = \frac{|A|}{|E|}.$$

Exemples.

1. Dans une classe de 24 élèves il y a 2 filles. La proportion de filles dans la classe est de $p = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$.

Remarques.

1. Dans ce cas une proportion peut aussi être appelée une fréquence et l'on retrouve la formule habituelle : $\frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}}$.
2. Une proportion est un nombre rationnel appartenant à l'intervalle $[0,1]$.
3. La notion de proportionnalité se généralise bien sûr comme vous le savez.
4. En statistique E est appelée la population de référence et A une sous-population de E .
5. Dans le langage courant (histoire, SES, etc) les proportions sont exprimées en pourcentages, c'est-à-dire en centièmes.

Exercice 1. ♥

Dans une classe de première de 35 élèves, 9 élèves font du ski.

Calculez la proportion, notée p , d'élèves de la classe qui font du ski. Écrivez p sous la forme d'une fraction, puis donnez sa valeur arrondie à 10^{-4} près et enfin le taux (en pourcentage) t correspondant.

Exercice 2. Application.

Une salle de spectacle contient 9 000 places assises et 21 000 places debout.

1. Calculez la proportion de places assises.
2. Déterminez la proportion de places debout.

II Calculer avec une proportion.

Pour résoudre les exercices qui suivent vous devrez jongler avec la formule $p = \frac{|A|}{|E|}$ et parfois raisonner en utilisant les diagrammes de Venn (diagrammes patates).

Exercice 3. Application.

1. Dans un petit port, les cinq-sixièmes des 720 habitants vivent de la pêche. Combien d'habitants vivent de la pêche ?
2. Dans un village voisin, 697 habitants vivent de l'agriculture, ce qui représente 82% de la population. Combien y a-t-il d'habitants dans ce village ?

Exercice 4. Application.

1. Une année le taux de réussite au baccalauréat technologique est de 79,7 %, ce qui représente 129 979 candidats reçus.
Calculez le nombre de candidats à cet examen.
2. Dans un lycée le taux de réussite est de 95 %, et il y a eu 12 refusés.
Calculez le nombre de candidats dans ce lycée.

Exercice 5. Application.

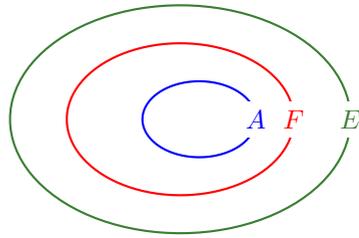
Le salaire brut mensuel de Sophie est de 13 200 €. Les cotisations salariales représentent 23 % du salaire brut.
Calculez le salaire hors cotisations salariales.

III Pourcentage de pourcentage.

Proposition 1

Soient :

- . E un ensemble fini,
- . $F \subset E$ un sous-ensemble de E ,
- . $A \subset F$ un sous-ensemble de F .



$$p_E(A) = p_E(F) \times p_F(A).$$

Remarques.

1. Cette proposition permet en particulier de calculer un pourcentage de pourcentage. 60 % de 20 % représente donc $\frac{60}{100} \times \frac{20}{100} = \frac{12}{100}$ autrement dit 12 %.
2. Les proportions fonctionnent de façon multiplicative. Vous retrouverez cette idée en classe de première en parlant de *principe multiplicatif*.

Exercice 6. ♥

Un serveur de films en streaming est composé de 30 % de films d'action et, parmi ces films d'action, 60 % sont des films avec Bruce Willis.

Quelle est la proportion de films avec Bruce Willis sur le serveur ?

Exercice 7. Application.

Dans une classe 45 % des élèves sont des garçons et un tiers des garçons portent des lunettes.

Il y a 3 garçons à lunettes dans la classe.

1. Combien y a-t-il d'élèves dans cette classe ?
2. Combien y a-t-il de filles dans cette classe ?

Exercice 8. Application.

Dans une société les cadres représentent 40 % des salariés et les cadres supérieurs représentent un cinquième des cadres.

Quelle est la proportion de cadres supérieurs par rapport aux salariés de cette société ?

Exercice 9. Application.

Une société de téléphonie propose trois mode d'abonnement différents :

- forfait A : moins de 2 h de communication ;
- forfait B : moins de 4 h de communication ;
- forfait C : temps de communication illimité.

La part de clients ayant souscrit le forfait A est de 0,35 et les clients ayant choisi le forfait B représentent la moitié de la clientèle.

1. Quelle est la part de clients ayant choisi le forfait illimité? Exprimez ce résultat en pourcentage.
2. Quelle est la part de forfait A dans les forfaits illimités?

Exercice 10. Concours.

Le tableau incomplet, en question 1.(b), donne le nombre de salariés en France, en milliers, selon la catégorie et le type de contrôle de l'entreprise en 2015.

On peut traiter les questions 1. et 2. de façon indépendante.

1. (a) En 2015, 66,8 % des salariés des ETI (entreprises de taille intermédiaire) font partie d'un groupe français.
Calculer le nombre de salariés des ETI de groupes français.
- (b) Compléter le tableau donné ci-dessous en arrondissant les résultats au millier près.

	Unités légales hors groupes	Groupes français	Sous contrôle d'un groupe étranger	Total
Grandes entreprises (GE)	0			4 235
Entreprises de taille intermédiaire (ETI)	154			3 657
Petites et moyennes entreprises (PME) hors microentreprises	1 669	2 255	335	4 259
Microentreprises (MIC)	2 549	177	20	2 745
Total	4 373	8 477	2 047	14 897

2. Nous noterons F l'ensemble des salariés faisant partie d'un groupe français, M l'ensemble des salariés faisant partie d'une PME et E l'ensemble de tous les salariés. Dans cette question, les probabilités demandées seront arrondies à 10^{-2} .
- (a) Calculer la proportion, $p_E(F)$, de salariés d'un groupe français parmi les salariés français et $p_E(M)$ la proportion de salariés travaillant en PME parmi les salariés français.
 - (b) Exprimer $\frac{2255}{14897}$ en pourcentage et interpréter, dans le contexte de l'exercice, cette proportion.
 - (c) Calculer $p_M(F)$ et interpréter, dans le contexte de l'exercice, cette proportion.