

Approximer un réel par balayage.

I Distance entre nombres.

Valeur absolue.

Exercice 1.

Exercices 154 et 155 page 71.

Les approximations de réels.

Valeur approchée.

Exercice 2.

Exercice 3.

Exercices 146 à 153 page 71 du manuel Indice.

II Approximation de $\frac{1}{3}$.

III Approximation de $\sqrt{2}$.

Exercice 4.

Notre objectif est d'obtenir une valeur approchée de $\sqrt{2}$. Rappelons que $\sqrt{2}$ est, par définition, l'unique nombre positif tel que $\sqrt{2}^2 = 2$.

1. Nous savons que la fonction carré est strictement croissante sur \mathbb{R}_+ . Par conséquents images et antécédents sont rangés dans le même ordre.

(a) Recopiez et complétez le tableau de valeur suivant :

x	0	1	2
x^2			

- (b) Déduisez-en des valeurs approchées par excès et par défaut de $\sqrt{2}$ à 1 près.
2. En complétant le tableau de valeurs suivant, déduisez-en un des valeurs approchées par défaut et par excès de $\sqrt{2}$ à 10^{-1} près.

x	0	0,1	0,2	...
x^2				

3. Le programme suivant écrit en Python permet d'obtenir un encadrement de $\sqrt{2}$ avec une amplitude de 0,001 à l'aide d'un algorithme par balayage :

```

valeur=1
pas=0.001
while valeur*valeur<2:
    valeur=valeur+pas
print(valeur-pas,"<sqrt(2)<",valeur)
    
```

- (a) Exécutez le programme. En quoi les valeurs renvoyées sont-elles surprenantes? Comment pouvez-vous les expliquer?
- (b) Modifiez le programme afin d'obtenir un encadrement de $\sqrt{2}$ d'amplitude un millionième. Que se passe-t-il pour un encadrement d'amplitude un dix-millionième?
- (c) Modifiez le programme en créant une variable compteur qui va être incrémentée à chaque passage dans la boucle `while`.
- (d) Vérifiez que pour un encadrement d'amplitude 0,0001 il faut 4 143 itérations et que pour un encadrement d'amplitude au dix-millionième il en faut 4 142 136.

Exercice 4. Suite.

4. Un élève décide d'améliorer le programme de la façon suivante : pour obtenir un encadrement au dix-millionième de $\sqrt{2}$, il lance le programme avec `valeur=1` et `pas=0.1`.

Puis il le relance avec pour `valeur` la borne inférieure de l'encadrement qu'elle vient d'obtenir, en initialisant `pas` à 0.01.

Puis elle réitère ce procédé jusqu'à un pas de 0,000 000 001

- (a) Testez sa méthode et donnez un encadrement de $\sqrt{2}$ au milliardième.
- (b) Vérifiez que cette méthode nécessite moins de 70 passages dans la boucle `while`, et donnez le nombre exacte de passages.

Exercice 5.

Exercice 210 page 78 du manuel Indice.