

Fonction carrée.

I Définition.

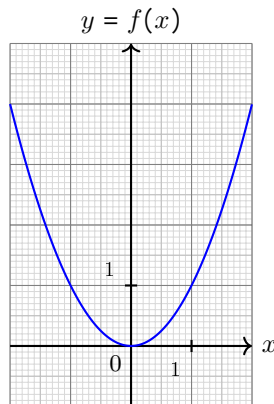
Soit x un nombre réel. Le *carré de x* , qu'on note x^2 , est le nombre réel $x \times x$.

La fonction carrée est la fonction définie sur \mathbb{R} et à valeurs dans \mathbb{R} qui à chaque réel x associe son carré x^2 . Autrement dit :

$$\begin{cases} \mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & x^2 \end{cases}$$

II Courbe représentative.

Avec un logiciel on peut obtenir la courbe représentative de la fonction carrée qui est appelée une *parabole* (ici pour $x \in [-2 ; 2]$).



Ce graphique permet de conjecturer un certain nombre d'éléments de la fonction carrée : un axe de symétrie, le signe (toujours positif), les variations,...

III Signe.

IV Variation.

Remarques.

1. Autrement dit : la fonction carrée est strictement décroissante sur $] -\infty ; 0]$ et strictement croissante sur $[0 ; +\infty [$.
2. La fonction carrée n'est pas une fonction affine.

Exercice 1.

Dans chaque cas comparez les nombres A et B sans utiliser la calculatrice.

1. $A = \left(\frac{3}{4}\right)^2$ et $B = \left(\frac{4}{3}\right)^2$,
2. $A = 1,001^2$ et $B = 1,0099^2$,
3. $A = -2,3^2$ et $B = (-2,3)^2$.

Exercice 2.

Encadrez x^2 , puis $3x^2$, le plus précisément possible, dans les cas suivants :

1. $1 \leq x \leq 4$,
2. $-2 \leq x < -0,5$,
3. $-2 \leq x < 3$,
4. $-10 \leq x \leq 10$.

V Parité.

VI Position relative de la parabole et de la première bissectrice.

VII Exercices.

Exercice 3.

Recopiez et complétez sans justification les phrases suivantes.

1. Si $x \leq -7$, alors $x^2 \dots$
2. Si $x \geq 5\sqrt{2}$, alors $x^2 \dots$
3. Si $-7 \leq x \leq 5\sqrt{2}$, alors $\dots \leq x^2 \leq \dots$

Exercice 4.

Prouvez que les propositions suivantes sont fausses.

1. Si $x \leq 1$, alors $x^2 \leq 1$.
2. Si $x > -\sqrt{10}$, alors $x^2 < 10$.

Exercice 5.

Résolvez graphiquement les inéquations

$$x^2 \leq 5$$

$$x^2 > 5$$

x est négatif et $x^2 \leq 5$