

## Fonctions affines.

### I Des fonctions simples mais importantes.

#### Exercice 1.

Tracez la courbe représentative de la fonction affine  $f : x \mapsto -\frac{1}{3}x + 2$  sur  $[-3; 6]$ .

### II Étude du signe d'une fonction affine.

#### Exercice 2. Application.

Donnez le tableau de signe de  $f$  définie sur l'intervalle  $I$  dans les différents cas proposés.

1.  $f(x) = 2x + 4, I = \mathbb{R}.$

9.  $f(x) = 3x + 7, I = \mathbb{R}.$

2.  $f(x) = 5x - 15, I = \mathbb{R}.$

10.  $f(x) = 5x - 4, I = \mathbb{R}.$

3.  $f(x) = -7x + 14, I = \mathbb{R}.$

11.  $f(x) = -4x + 13, I = \mathbb{R}.$

4.  $f(x) = -13x - 39, I = \mathbb{R}.$

12.  $f(x) = -3x - 4, I = \mathbb{R}.$

5.  $f(x) = x + 7, I = \mathbb{R}.$

13.  $f(x) = 5x + 12, I = ] - \infty; -3[.$

6.  $f(x) = x - \pi, I = \mathbb{R}.$

14.  $f(x) = 6x - 8, I = [-12; 10].$

7.  $f(x) = -x + \sqrt{2}, I = \mathbb{R}.$

15.  $f(x) = -8x + 12, I = \left[\frac{3}{2}; +\infty[.$

8.  $f(x) = -x - 2, I = \mathbb{R}.$

16.  $f(x) = -3x - 24, I = ] - 8; 10[.$

### III Tableau de variation.

#### Exercice 3.

Étudiez les variations de toutes les fonctions de l'exercice 2.

### IV Identifier une fonction affine : taux d'accroissement.

### V Exercices.

## Exercice 4.

Une patinoire propose deux tarifs :

- tarif A : chaque entrée coûte 5,25 €.
- tarif B : un abonnement annuel de 12 € et chaque entrée coûte alors 3,50 €.

$x$  désigne le nombre de fois qu'un patineur a fréquenté la patinoire.

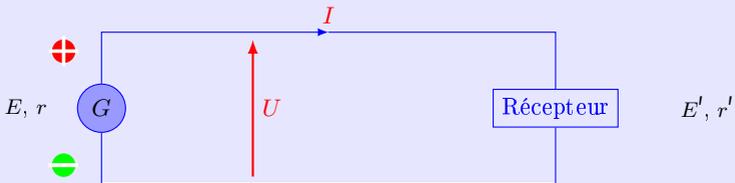
1. (a) Donnez l'expression de la fonction  $f$  qui modélise le budget annuel pour la patinoire avec le tarif A et celle de  $g$  pour le tarif B.
 

(b) Tracez ces deux fonctions dans un repère approprié (attention au choix des unités).
2. (a) Résolvez graphiquement  $f(x) > g(x)$ .
 

(b) Résolvez par le calcul  $f(x) > g(x)$ .

(c) Que peut faire le patineur de ces solutions quand il veut déterminer lequel des deux tarifs est le plus avantageux ?

## Exercice 5.



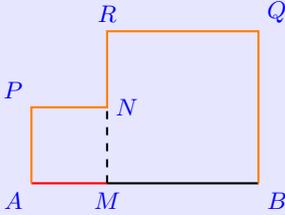
Dans le circuit ci-dessus, le générateur possède une force électromotrice  $E$  et une résistance interne  $r$ . La tension  $U_1$  à ses bornes est une fonction affine de l'intensité  $I$  du courant électrique selon la formule  $U_1 = E - rI$ .

De même, le récepteur possède une force contre électromotrice  $E'$  et une résistance interne  $r'$ . La tension  $U_2$  aux bornes du récepteur est également une fonction affine de l'intensité du circuit  $I$  selon la formule  $U_2 = E' + r'I$ .

1. Nous supposons que  $E = 300\text{V}$ ,  $E' = 200\text{V}$ ,  $r = 10\ \Omega$  et  $r' = 5\ \Omega$ .
 

Tracez dans un même repère la courbe représentative de  $U_1$  en fonction de  $I$  et de  $U_2$  en fonction de  $I$ .
2. Lorsque le circuit est branché, la tension aux bornes du générateur est égale à la tension aux bornes du récepteur.
 

Montrez alors que  $I = \frac{E-E'}{r+r'}$ .



## Exercice 6.

$AB = 6$  cm.  $M$  est un point du segment  $[AB]$  et nous noterons  $AM = x$ . Dans le même demi-plan de frontière  $(AB)$ , sont construits les carrés  $AMNP$  et  $MBQR$ .

$f$  est la fonction qui à  $x$  associe la longueur  $f(x)$  de la ligne polygonalement  $APNRQB$  (tracée en orange sur la figure ci-contre).

La figure a été faite dans le cas où  $x$  est compris entre 0 et 3.

Trouvez l'ensemble des valeurs de  $x$  pour lesquelles la longueur de la ligne polygonalement est comprise entre 14 et 16 cm.

## Exercice 7.

Une revue n'est distribuée que sur abonnement annuel. Le nombre d'abonnés  $A(x)$  est donné en fonction du prix  $x$  de l'abonnement en euros par :

$$A(x) = -50x + 12\,500, \text{ pour } x \geq 0.$$

1. Si l'abonnement est fixé à  $x = 50$  €, quel est le nombre d'abonnés  $A(x)$ ?
2. (a) Quel est le sens de variation de la fonction  $A$ ?  
 (b) Comment évolue le nombre d'abonnés quand le prix de l'abonnement augmente?  
 (c) De combien varie le nombre d'abonnés quand le prix augmente de 1 €?
3. (a) Calculez  $A(250)$ .  
 (b) Pour quelles valeurs de  $x$  a-t-on  $A(x) \geq 0$ ?
4. La recette.
  - (a) Le prix de l'abonnement est de 50 €. Quelle est la recette correspondante?
  - (b) Le prix de l'abonnement est  $x$  ( $0 \leq x \leq 250$ ). Montrez que la recette est  $R(x) = x(-50x + 12\,500)$ .
  - (c) À l'aide de la calculatrice, dressez le tableau de variation de  $R$  puis conjecturez le prix de l'abonnement qui semble assurer la recette maximale.

## Exercice 8.

Au quotidien pour exprimer une température, on utilise le degré Celsius (noté  $^{\circ}\text{C}$ ). En physique et en chimie on préfère utiliser l'unité de température absolue : le kelvin (noté K).

On sait que :

$0^{\circ}\text{C}$  correspond à 273,15 K ;

0 K (appelé *zéro absolu*) correspond à  $-273,15^{\circ}\text{C}$ .

On sait aussi qu'une augmentation de  $1^{\circ}\text{C}$  entraîne une augmentation de 1 K.

1. Soit  $x$  une température exprimée en degrés Celsius. Déterminez l'expression  $f(x)$  de cette température exprimée en kelvins.
2. Soit  $x$  une température exprimée en kelvins. Déterminez l'expression  $g(x)$  de cette température exprimée en degrés Celsius.
3. Soit  $x$  une température exprimée en kelvin. Calculez  $f(g(x))$ .

## Exercice 9.

Le degré Celsius (noté  $^{\circ}\text{C}$ ) et le degré Fahrenheit (noté  $^{\circ}\text{F}$ ) sont deux unités de température.

Dans l'échelle Celsius, la température de fusion de l'eau est de  $0^{\circ}\text{C}$  et la température d'ébullition est de  $100^{\circ}\text{C}$  (dans des conditions normales de pression atmosphérique).

Dans l'échelle Fahrenheit, la température de fusion de l'eau est de  $32^{\circ}\text{F}$  et la température d'ébullition est de  $212^{\circ}\text{F}$  (dans des conditions normales de pression atmosphérique).

On sait que la relation qui relie degrés Celsius et degrés Fahrenheit est affine.

1. Soit  $x$  une température exprimée en degrés Celsius. Déterminez l'expression de  $f(x)$  de cette température exprimée en degré Fahrenheit.
2. Soit  $x$  une température exprimée en degrés Fahrenheit. Déterminez l'expression de  $g(x)$  de cette température exprimée en degré Celsius.
3. Recopiez et complétez le tableau de conversion suivant.

$^{\circ}\text{F}$	-40	0			23	32	41			68	77			
$^{\circ}\text{C}$			-15	-10				10	15			30	35	37

## Exercice 10.

## Exercice 11.

**Exercice 20 page 141 du manuel Sesamath :** dresser le tableau de signe à partir de la représentation graphique déterminer l'expression algébrique avec l'ordonnée à l'origine puis en résolvant une équation d'inconnue  $b$  en choisissant un point quelconque de la droite.

## Exercice 12.

**Exercice 21 page 141 du manuel Sesamath.** Modifiez l'énoncé en : déterminez l'expression algébrique de la fonction affine représentée dans le repère.