

Tableau de signe.

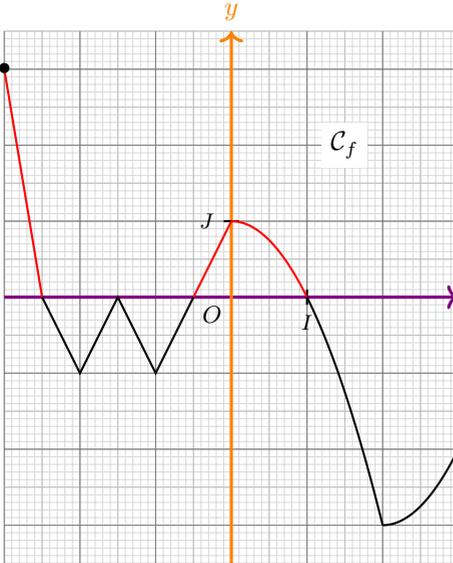
I Tableau de signe à partir d'une représentation graphique.

Le tableau de signe d'une fonction est une schématisation de sa courbe représentative qui indique le signe de $f(x)$ en fonction de la valeur de x .

Le tableau de signe indique donc les plus grands intervalles des valeurs prises par x , pour lesquelles :

- la fonction f est *strictement positive*,
- la fonction f est *strictement négative*,
- la fonction f est *nulle*.

Graphiquement les points de la courbe au-dessus de l'axe des abscisses correspondent à des valeurs positives de la fonction.



Nous décrirons cette situation en disant, par exemple :

f est strictement positive sur $[-3; -2,5[$,

f est strictement négative sur $] -2,5; -1,5[$,

f s'annule en chaque valeur de $\{-2,5; -1,5; -0,5; 1\}$.

x	-3	-2,5	-1,5	-0,5	1	$+\infty$			
$f(x)$	+	0	-	0	-	0	+	0	-

Il est encore possible d'interpréter ces résultats en termes d'inéquations :

— $f(x) > 0$ si et seulement si $x \in [-3; -2,5[\cup] -0,5; 1[$,

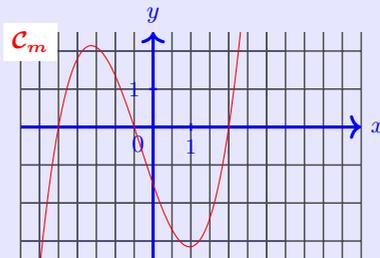
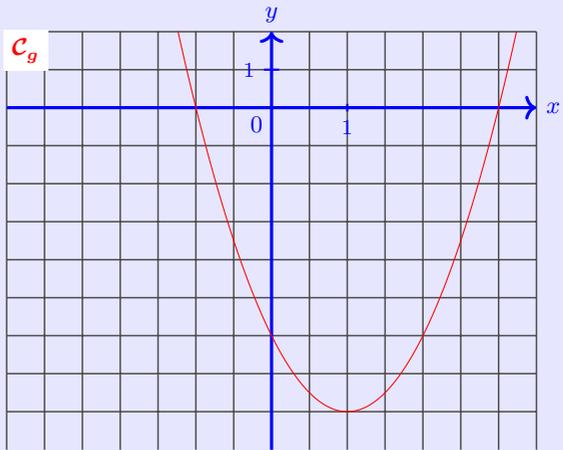
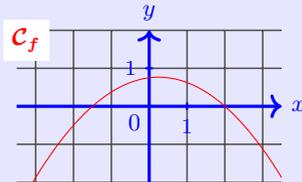
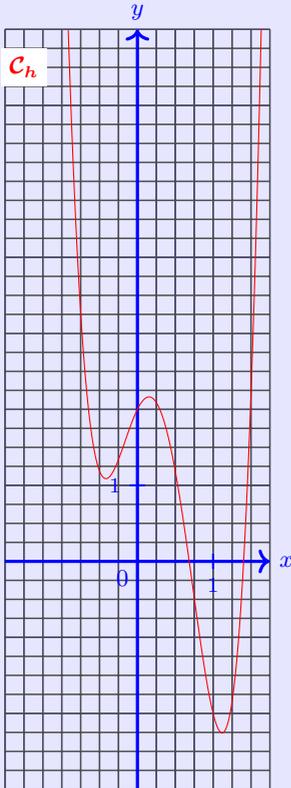
— $f(x) < 0$ si et seulement si $x \in] -2,5; -1,5[\cup] -1,5; -0,5[\cup] 1; 3]$,

— $f(x) = 0$ si et seulement si $x \in \{-2,5; -1,5; -0,5; 1\}$

II Exercice.

Exercice 1. ♥

Dresser les tableaux de signes des fonctions représentées ci-dessous.



Correction exercice 1

1.

Tableaux de signe

x	$-\infty$	$-1,5$	2	$+\infty$		
f		$-$	0	$+$	0	$-$

2.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$		
g		$+$	0	$-$	0	$+$

3.

x	$-\infty$	$0,6$	$1,4$	$+\infty$		
h		$+$	0	$-$	0	$+$

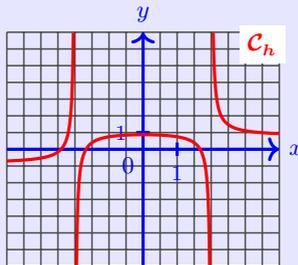
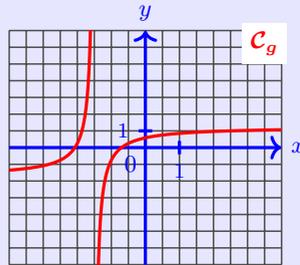
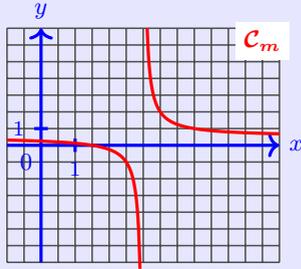
4.

x	$-\infty$	$-2,5$	$-0,5$	2	$+\infty$			
m		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Exercice 2. Application.

À partir de chaque représentation graphique :

- déterminer la ou les valeur(s) pour la(les)quelle(s) :
 - la fonction n'est pas définie ;
 - la fonction est éventuellement nulle ;
- établir le tableau de signes de cette fonction.



Correction exercice 2

Une valeur de x pour laquelle la fonction n'est pas définie est une valeur pour laquelle il n'y a pas d'image.

- f n'est pas définie pour $x = 3$.

x	$-\infty$	2,5	3	$+\infty$
f	+	0	-	+

- g n'est pas définie pour $x = -1,5$.

x	$-\infty$	-2	-1,5	-0,75	$+\infty$	
g	-	0	+	-	0	+

- h n'est pas définie pour $x = -2$ ou $x = 2$.

x	$-\infty$	$-2,4$	-2	$-1,6$	$1,6$	2	$+\infty$		
h		-	0	+		-	0	+	

Exercice 3. Application.

Un artisan fabrique des vases qu'il met en vente. On suppose que tous les vases fabriqués sont vendus.

L'artisan veut faire une étude sur la production d'un nombre de vases compris entre 0 et 60. Il estime que le bénéfice occasionné par la production puis la vente de x vases est modélisé par la fonction B dont l'expression est

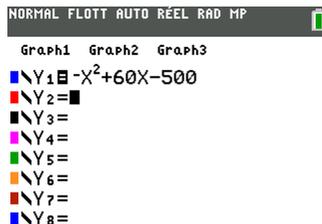
$$B(x) = -x^2 + 60x - 500$$

1. Dessinez la courbe représentative de la fonction B .
2. Par lecture graphique donnez le tableau de signe de B .
3. Quel nombre de vases l'artisan doit-il fabriquer puis vendre pour réaliser un bénéfice ?
4. Quel nombre de vases l'artisan doit-il fabriquer puis vendre pour réaliser un bénéfice maximal ?

Correction exercice 3

1. Rappelons que pour tracer une courbe représentative sur papier il faut un certains nombre de points (dont les coordonnées sont obtenues avec le tableau de valeurs de la calculatrice) et l'allure générale de la courbe représentative est obtenue avec la courbe donné par le calculatrice.

Entrons la fonction.



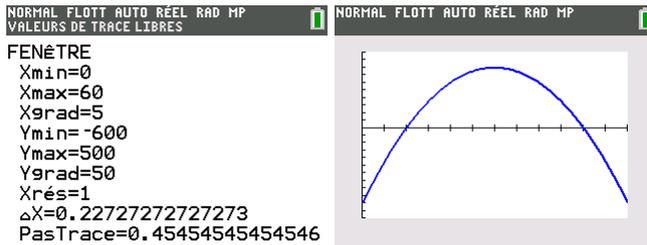
Nous savons que la fonction est définie sur $[0; 60]$. Pour avoir les coordonnées de quelques points de la courbe utilisons le tableau de valeur de la courbe.

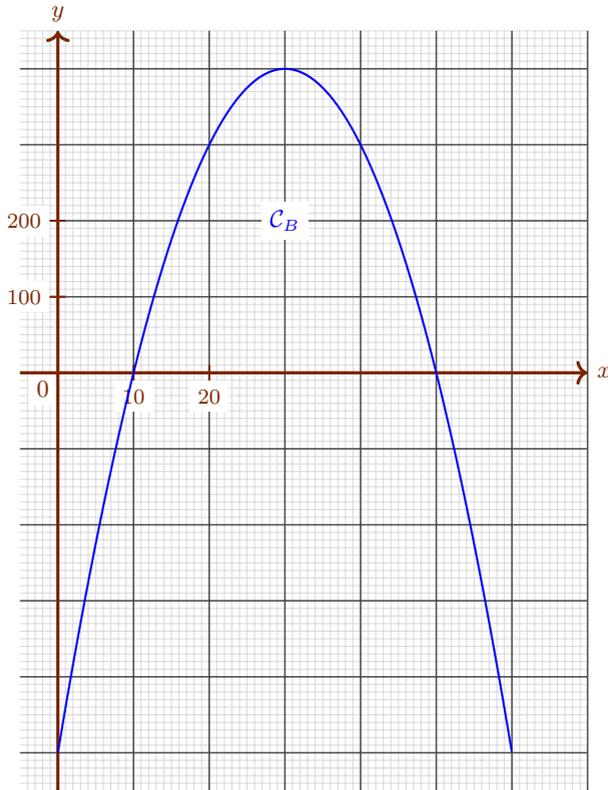
Tableaux de signe

NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP	NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP			
APP SUR + POUR ΔT_{b1}		X	Y1	
CONFIG TABLE		0	-500	
DébutTb1=0		5	-225	
$\Delta T_{b1}=5$		10	0	
Indépend : Demande		15	175	
Dépendte : Demande		20	300	
		25	375	
		30	400	
		35	375	
		40	300	
		45	175	
		50	0	

X=0

Et pour avoir l'allure de la courbe, en utilisant les valeurs du tableau de valeurs pour le réglage de la fenêtre :





2.

x	0	10	50	60	
$B(x)$	-	0	+	0	-

3. Pour que l'artisan réalise un bénéfice il faut que $B(x) > 0$. D'après le tableau de signe cela est vrai lorsque $x \in]10; 50[$.

Pour que l'artisan réalise un bénéfice il doit produire de 11 à 49 articles.

4. Par lecture graphique nous voyons que le maximum est de 400 € et que pour atteindre ce bénéfice il doit produire 30 vases.

III Ce qu'il faut retenir.

1. Décrire le signe d'une fonction par des phrases à partir de sa représentation graphique ou d'un tableau de signes.
2. Construire un tableau de signes à partir de la représentation graphique.
3. Interpréter et résoudre une inéquation en étudiant le signe d'une fonction.