

Seconde 2023/03/03.

Nom : Numéro

I Exercice : fonction et géométrie.

48 points

Considérons un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 5$ et $BC = 3$. Plaçons des points A' , B' , C' et D' respectivement sur $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$ tels que $AA' = BB' = CC' = DD' = x$ où x désigne un nombre.

1. Déterminez l'ensemble des valeurs possibles pour x .

2 points

2. ♣ Démontré que l'aire du quadrilatère $A'B'C'D'$ est égale à : $2x^2 - 8x + 15$.

6 points

Désignons par $f : x \mapsto 2x^2 - 8x + 15$ la fonction définie sur $[0; 3]$.

3. Dans cette question nous allons nous attacher à la représentation graphique de f .

Il faudra, le plus souvent, utiliser la calculatrice pour répondre.

(a) Tracez la courbe représentative de f dans le repère (O, I, J) donné en annexe.

Vous placerez au moins cinq points de la courbe avant de la tracer.

5 points

(b) Expliquez en quoi le repère (O, I, J) dessiné en annexe est, ou n'est pas, orthonormé.

2 points

(c) Sans aucune justification donnez le tableau de variation de f puis précisez ses éventuels extrema.

8 points

(d) Par lecture graphique et en justifiant sur l'annexe donnez l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geq 9$.

3 points

4. Nous souhaitons, dans cette question, démontrer que f est minorée par 7. Autrement dit que, pour tout $x \in [0; 3]$, $f(x) \geq 7$.

(a) Démontrez que $f(x) \geq 7$ équivaut à $2x^2 - 8x + 8 \geq 0$.

2 points

(b) Démontrez que, pour tout $x \in [0; 3]$, $2x^2 - 8x + 8 = 2(x - 2)^2$.

3 points

(c) Concluez.

3 points

5. Nous souhaitons dans cette question résoudre (algébriquement) l'inéquation $f(x) \geq 9$.

(a) Démontrez que $f(x) \geq 9$ équivaut à $2x^2 - 8x + 6 \geq 0$.

2 points

(b) Démontrez que $2x^2 - 8x + 6 = 2(x - 1)(x - 3)$ pour tout $x \in [0; 3]$.

3 points

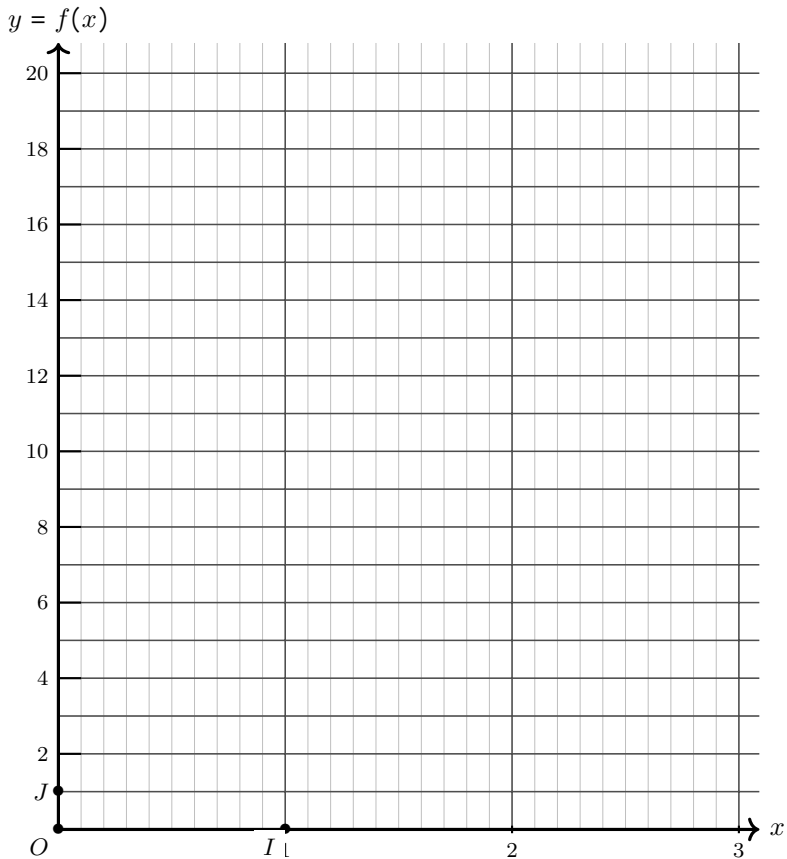
(c) Construisez le tableau de signe de la fonction $g : x \mapsto 2(x - 1)(x - 3)$ définie sur \mathbb{R} .

5 points

(d) Concluez.

3 points

II Annexe.



III Exercice géométrie vectorielle.

20 points

Soient $(O; \vec{i}, \vec{j})$ un repère du plan. Dans ce repère on considère les points $F(22; 20)$, $G(21; 18)$ et $H(16; 23)$.

1. Calculez les coordonnées de \overrightarrow{FG} .

3 points

2. Soit $L(15; 21)$.

(a) Démontrez que $FGLH$ est un parallélogramme.

3 points

(b) $FGLH$ est-il un rectangle?

2 points

3. Soient M et N les symétriques respectivement de H et F par rapport à G .
Les deux questions qui suivent sont indépendantes l'une de l'autre.

(a) Démontrez que $HFMN$ est un parallélogramme.

4 points

(b) Déterminez les coordonnées de M .

4 points

4. Démontrez que $\overrightarrow{FH} + \overrightarrow{GM} = \overrightarrow{FG}$.

Un schéma à main levée peut aider.

4 points