Travail noté de seconde 07/10/2022.

Exercice 1. 29 points

1.

— 1 point par valeur correcte dans le tableau.

Il s'agit d'appliquer des proportions (sous forme de pourcentages) puis de compléter additivement.

	Hommes	Femmes	Total
Moins de 40 ans	999	1104	2103
Plus de 40 ans	1701	1196	2897
Total	2700	2300	5000

2. (a)

— Formule littérale avec les cardinaux.
— Substitution numérique.
— Résultat numérique.
— Forme demandée du résultat.

0,4206.

(b)

— Formule numérique.
— Résultat numérique.
— Forme demandée du résultat.

46 %.

(c)

— Première phrase (et).
— Seconde phrase (ou).

(d)

— Formule numérique.
— Résultat numérique.

$$\boxed{0{,}2208.}$$

(e)

— Formule littérale liant réunion et intersection.
— Substitution numérique.
— Résultat numérique.
— Résultat décimal.
— Résultat en pourcentage.

$$\boxed{0{,}6598.}$$

3. (a)

— Formule numérique.
— Résultat numérique.
— Forme demandée du résultat.

$$\boxed{\approx 0{,}525.}$$

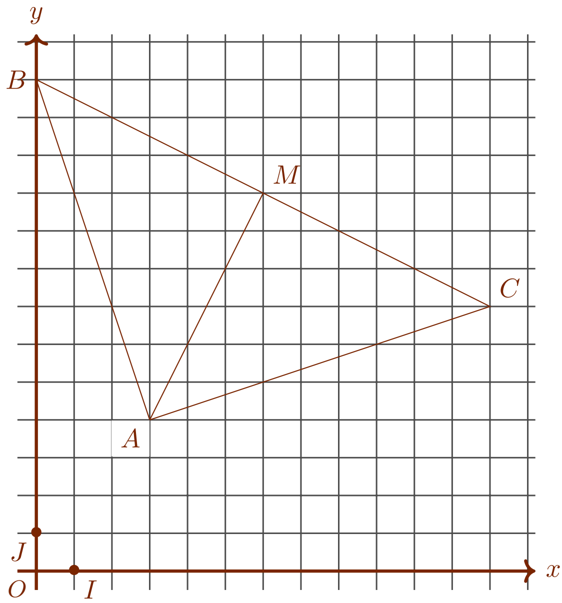
(b)

— Résultat numérique.

— Interprétation.

Exercice 2. 29 points

Partie A : calcul de l'aire de ABC.

1. 

2. (a)

— Repère orthonormé.
— Formule littérale.
— Substitution numérique.
— Résultat numérique pour une longueur.
— Résultat numérique pour une deuxième longueur.
— Résultat numérique pour la troisième longueur.

Calculons BC.

Le repère (O,I,J) est orthonormé.

$$
\begin{aligned}
BC &= \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} \\
&= \sqrt{(0-12)^2 + (13-7)^2}
\end{aligned}
$$

$$\boxed{BC = 6\sqrt{5}.}$$

En procédant de même :

$$\boxed{\begin{aligned} AB &= 3\sqrt{10} \\ AC &= 3\sqrt{10}. \end{aligned}}$$

(b)

- Égalité intéressante.
- Nature du triangle.

Nous avons établi à la question précédente que $AB = AC$ donc

$$\boxed{ABC \text{ est isocèle en } A.}$$

3.

- M est le milieu.
- Formule littérale pour abscisse.
- Substitution numérique pour abscisse ou ordonnée.
- Résultat numérique pour abscisse.
- Résultat numérique pour ordonnée.

Déterminons les coordonnées de M.

Puisque M est le milieu de $[BC]$

$$
\begin{aligned}
x_M &= \frac{x_B + x_C}{2} \\
&= \frac{0 + 12}{2} \\
&= 6
\end{aligned}
$$

et

$$\begin{aligned} y_M &= \frac{y_B + y_C}{2} \\ &= \frac{13+7}{2} \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$\boxed{M(6;10).}$$

4.

— Nom de la droite.

D'après la question précédente (AM) passe par A et le milieu du côté opposé donc

$$\boxed{(AM) \text{ est une médiane de } ABC \text{ issue de } A.}$$

5.

— Calcul d'un membre de l'égalité de la réciproque du théorème de Pythagore.
— Calcul de l'autre membre de l'égalité de la réciproque du théorème de Pythagore.
— Égalité de Pythagore.
— Évoquer avec a propos la réciproque du théorème de Pythagore.
— Conclusion.
— 5 points pour parler de la hauteur du triangle isocèle.

Démontrons que $(AM) \perp (BC)$.

(AM) est la médiane issue de A, or nous savons que ABC est isocèle en A, donc la médiane (AM) est aussi une auteur du triangle et par conséquent $(AM) \perp (BC)$.

$$\boxed{M \text{ est le projeté orthogonal de } M \text{ sur } (BC).}$$

6.

- Formule littérale avec les notations de l'énoncé.
- Valeur numérique de AM.
- Substitution dans la formule.
- Résultat.

Calculons $\mathscr{A}$.

Nous avons établi lors de la question précédente que (AM) est la hauteur issue de A donc :

$$\mathscr{A} = \frac{1}{2}AM \times BC$$

Or nous calculons aisément : $AM = 3\sqrt{5}$ donc :

$$= \frac{1}{2} \times 3\sqrt{5} \times 6\sqrt{5}$$

$$\boxed{\mathscr{A} = 45 \text{ cm}^2.}$$

Partie B : calcul du volume de $ABCDEF$.

- Formule littérale.
- Formule numérique.
- Résultat numérique.

Calculons $\mathscr{V}$.

$ABCDEF$ est un prisme donc

$$\begin{aligned} \mathscr{V} &= OL \times \mathscr{A} \\ &= 27 \times 45 \end{aligned}$$

$$\boxed{\mathscr{V} = 1\,215 \text{ cm}^3.}$$

Exercice 3. 12 points

1.

— Formule littérale.
— Formule numérique, substitution.
— Résultat.

Calculons le coefficient multiplicateur CM_1 de l'évolution entre 2014 et 2015.

$$\begin{aligned} CM_1 &= 1 + \frac{t_1}{100} \\ &= 1 + \frac{-24}{100} \end{aligned}$$

$$\boxed{CM_1 = 0{,}76.}$$

2.

— Formule littérale.
— Formule numérique, substitution.
— Résultat.
— Respect de l'arrondi.
— Phrase de conclusion.

Calculons le taux d'évolution t_2 entre 2015 et 2016.

$$\begin{aligned} t_2 &= \frac{V_A - V_D}{V_D} \times 100 \\ &= \frac{237 - 188{,}5}{188{,}5} \times 100 \\ &\approx 25{,}729 \end{aligned}$$

Entre 2015 et 2016 le prix à augmenté de 25,73 %.

3.

- Calcul du coefficient multiplicateur.
- Formule littérale pour la valeur d'arrivée.
- Formule numérique, substitution.
- Résultat.

ou

- Application du pourcentage.
- Résultat du montant de l'augmentation.
- Ajout au montant initial.
- Résultat.

Calculons le prix V_A en 2017.

Le coefficient multiplicateur correspondant à une baisse de 13 % est

$$\begin{aligned} CM_3 &= 1 + \frac{t_3}{100} \\ &= 1 + \frac{-13}{100} \\ &= 0{,}87 \end{aligned}$$

Nous en déduisons

$$\begin{aligned} V_A &= CM \times V_D \\ &= 0{,}87 \times 237 \\ &= 206{,}19 \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{Le prix en 2017 est de } 206{,}19 \text{ €.}}$$

Exercice 4. 11 points

1.

- Mise en évidence de la mise au même dénominateur.
- Somme correcte.
- Décomposition en facteurs premiers.

— Résultat.

$$A = \frac{4\times 10+15\times 1}{15\times 10} = \frac{55}{3\times 5\times 2\times 5} = \frac{5\times 11}{2\times 3\times 5^2}$$

$$\boxed{A=\frac{11}{30}.}$$

2.

— Mise en évidence du produit des numérateurs et dénominateurs.
— Décomposition en facteurs premiers.
— Résultat.

$$B = \frac{27\times 40}{8\times 63} = \frac{3^3\times 2^3\times 5}{2^3\times 3^2\times 7}$$

$$\boxed{B=\frac{15}{7}.}$$

3.

— Règle puissance d'un nombre lui-même à une puissance.
— Règle produit de deux nombres à la même puissance.
— Règle inverse d'une puissance.
— Résultat.

$$\begin{aligned} C &= \frac{2^{-3\times 4}}{2^{7+15}} \\ &= \frac{2^{-12}}{2^{22}} \\ &= 2^{-12}\times 2^{-22} \\ &= 2^{-12-22} \end{aligned}$$

$C = 2^{-34}$.

Exercice 5. 8 points

1. $]-\infty,-3[\cup]-5;2] =]-\infty,2]$

   Réponse c.

2. Réponse c.

3. Réponse b.

4. Réponse d.

Exercice 6. 20 points

Partie A : un cas particulier.

1.

   — Justification formule, hauteur.
   — Formule littérale.
   — Formule numérique.

— Résultat.

Calculons $\mathscr{A}_1$.

ABM est rectangle en B donc

$$\begin{aligned}\mathscr{A}_1 &= \frac{AB \times BM}{2} \\ &= \frac{4 \times 3}{2}\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathscr{A}_1 = 6.}$$

2.

— Idée d'enlever les morceaux.
— Résultat.

Calculons $\mathscr{A}_T$.

$$\begin{aligned}\mathscr{A}_T &= \mathscr{A}_3 - \mathscr{A}_1 - \mathscr{A}_2 \\ &= 42 - 6 - 16\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathscr{A}_T = 20.}$$

3.

— Formule de proportion numérique ou littérale.
— décompositions en facteurs premiers.
— Forme irréductible du résultat.

Calculons la proportion demandée p.

$$\begin{aligned} p &= \frac{\mathscr{A}_T}{\mathscr{A}_3} \\ &= \frac{20}{42} \\ &= \frac{2^2 \times 5}{2 \times 3 \times 7} \end{aligned}$$

$$\boxed{p = \frac{10}{21}.}$$

Partie B : le cas général.

1.

— 3 points pour la formule littérale justifiée ou non.

Calculons $\mathscr{A}_1$.

ABM est rectangle en B donc

$$\begin{aligned} \mathscr{A}_1 &= \frac{AB \times BM}{2} \\ &= \frac{4 \times x}{2} \end{aligned}$$

$$\boxed{\mathscr{A}_1 = 2x.}$$

2.

— Faire apparaître l'égalité.
— Développer.
— Réduire et ordonner.

DCM est rectangle en C donc :

$$\begin{aligned}\mathscr{A}_2 &= \frac{MC \times CD}{2}\\ &= \frac{(7-x)\times 8}{2}\\ &= 4(7-x)\end{aligned}$$

Comme précédemment :

$$\begin{aligned}\mathscr{A}_T &= \mathscr{A}_3 - \mathscr{A}_1 - \mathscr{A}_2\\ &= 42 - 2x - 4(7-x)\end{aligned}$$

Dire que l'aire de MAD représente la moitié de celle de $ABCD$ équivaut successivement à

$$\begin{aligned}\mathscr{A}_T &= \frac{1}{2}\times 42\\ 42 - 2x - 4(7-x) &= 21\\ 42 - 2x - 28 + 4x &= 21\\ 2x + 14 &= 21\end{aligned}$$

Ainsi x est bien solution de l'équation $2x + 14 = 21$.

3.

— Soustraire de chaque côté.
— Diviser de chaque côté.
— Trouver la réponse.
— Donner l'ensemble des solutions.

Résolvons l'équation proposée.

$2x + 14 = 21$ équivaut successivement à

$$\begin{aligned} 2x + 14 &= 21 \\ 2x + 14 - 14 &= 21 - 14 \\ 2x &= 7 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{7}{2} \\ x &= \frac{7}{2} \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions est $\left\{\frac{7}{2}\right\}$.

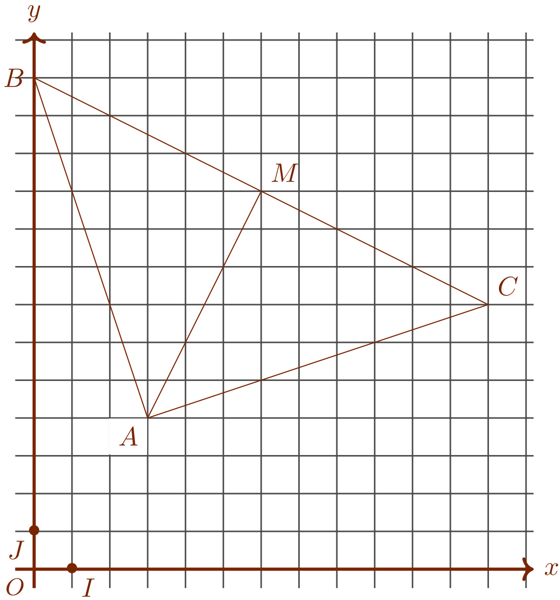
4.

— Faire le lien entre ce qui a été trouvé et l'objectif de l'exercice.

Pour que le triangle fasse la moitié de l'aire du trapèze il faut placer M au milieu du segment $[BC]$.

Annexes.

Annexe 1.



y
B
M
C
A
J
O
I
x