Identifiant Wims:

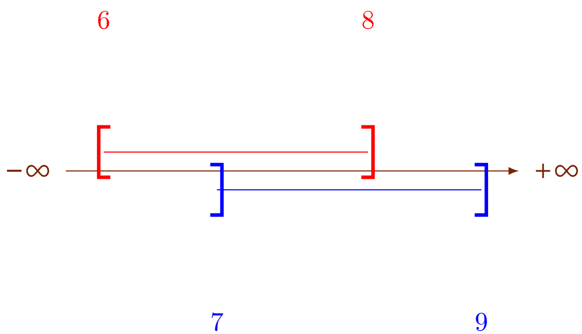
Devoir 2ieme 10/12/2021.

Le sujet est à rendre avec la copie.
Noté sur 20,25.
C'est normalement un sujet de deux heures. Faites-en un maximum.

I Exercice. 7 points

1.

— 0,5 pour le schéma
— 0,5 pour la réponse.



Réponse b.

2.

— 1 pour la réponse.

Réponse obtenue grâce aux courbes représentatives sur la calculatrice.

Réponse d.

3.

— 0,25 pour présentation avec passage à la ligne systématique.

— 0,25 pour indiquer clairement la méthode d'opérer des deux côtés.
— 0,25 pour la démarche de résolution sans aucune erreur (même mal justifiée).
— 0,25 pour la bonne solution
— 0,25 de bonus pour l'indication d'un raisonnement par équivalences.

$$3x - \frac{1}{3} = -2x + \frac{2}{5}$$

équivaut successivement à :

$$\begin{aligned}
3x - \frac{1}{3} + 2x &= -2x + \frac{2}{5} + 2x \\
5x - \frac{1}{3} &= \frac{2}{5} \\
5x - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} &= \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \\
5x &= \frac{11}{15} \\
\frac{5x}{5} &= \frac{\frac{11}{15}}{5} \\
x &= \frac{\frac{11}{6}}{\frac{5}{1}} \\
x &= \frac{11}{15} \times \frac{1}{5} \\
x &= \frac{11}{75}
\end{aligned}$$

L'ensemble des solutions est $\left\{\frac{11}{75}\right\}$.

4.

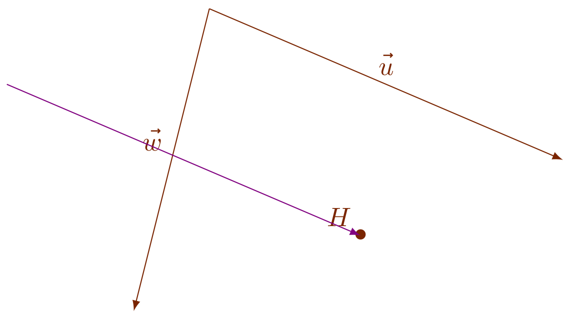
— $-0{,}25$ par erreur.
— 0,25 bonus pour démonstration d'un calcul de pourcentage.

	Menus à 16 €	Menus à 24 €	Total
Clients ayant choisi un café	30	150	180
Clients ayant choisi un apéritif	70	50	120
Total	100	200	300

5.

(a)

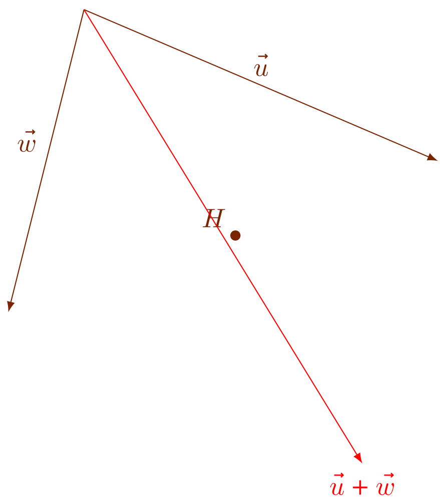
— 0,5 pour le tracer correct.
— 0,5 pour les traces de constructions correctes.



(b)

— 0,5 tracer correcte.
— Traces de constructions correctes.

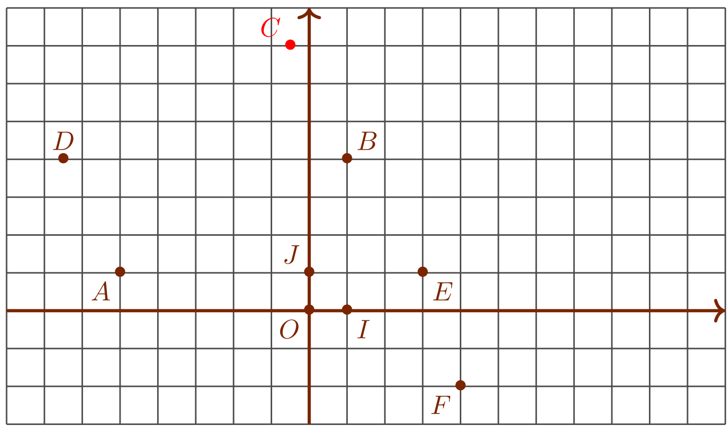
Identifiant Wims:



II Exercice. 6,25 points

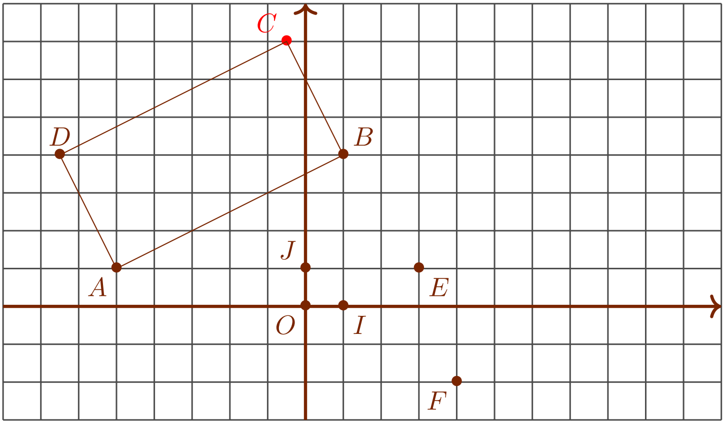
Partie A.

1. $F(4;-2)$.

2. 

Partie B.

Identifiant Wims:

1. 

Il semble que $ABCD$ soit un parallélogramme.

2.

— 0,25 chercher coordonnées des milieux.
— 0,25 une formule littérale correcte.
— 0,25 une substitution par valeurs numérique sans erreur.
— 0,25 valeur abscisse.
— 0,25 valeur ordonnée.
— 0,25 évoquer les diagonales qui se coupent en leur milieu.

Démontrons que $ABCD$ est un parallélogramme.

* Notons M le milieu de $[AC]$.
  D'une part : $x_M = \frac{x_A+x_C}{2} = \frac{-5+\left(-\frac{1}{2}\right)}{2} = -\frac{11}{4}$
  et d'autre part : $y_M = \frac{y_A+y_c}{2} = \frac{1+7}{2} = 4$
  donc : $M\left(-\frac{11}{4};4\right)$.
* De même, en notant N le milieu de $[BD]$, nous obtenons $N\left(-\frac{23}{4};\frac{5}{2}\right)$.
* Ainsi les diagonales de $ABCD$ se coupent en leur milieu. Autrement dit :

$ABCD$ est un parallélogramme.

3. (a)

   — 0,25 repère.
   — 0,25 formule littérale
   — 0,25 substitution par les valeurs numériques.
   — 0,25 longueur.

   Calculons AB.

   (O,I,J) étant orthonormal :

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} \\ &= \sqrt{(-5-1)^2 + (1-4)^2} \end{aligned}$$

$$\boxed{AB = 3\sqrt{5}.}$$

   (b)

   — 0,5 vérification de l'égalité.
   — Utilisation à bon escient du théorème de Pythagore pour conclure.

   Démontrons que ABD est rectangle en A.

   D'une part : $AB^2 + AD^2 = \left(3\sqrt{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\sqrt{5}\right)^2 = \frac{225}{4}$
   d'autre part : $\left(\frac{15}{2}\right)^2 = \frac{225}{4}$
   donc : $AB^2 + AD^2 = BD^2$.
   Nous en déduisons, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, que

$$\boxed{ABD \text{ est rectangle en } A.}$$

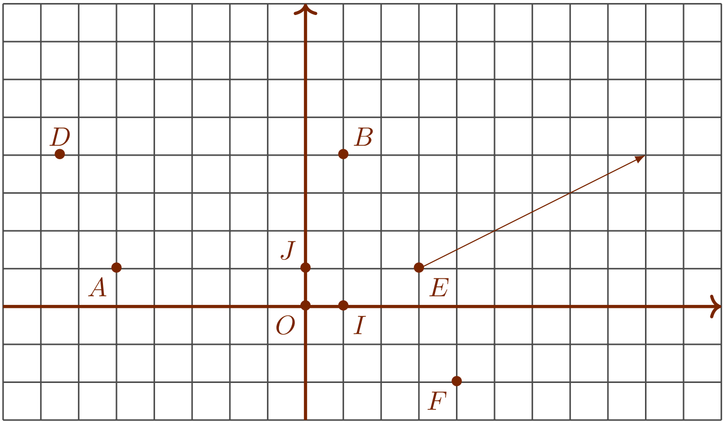
   (c) Le parallélogramme $ABCD$ est un parallélogramme dont un angle est droit donc

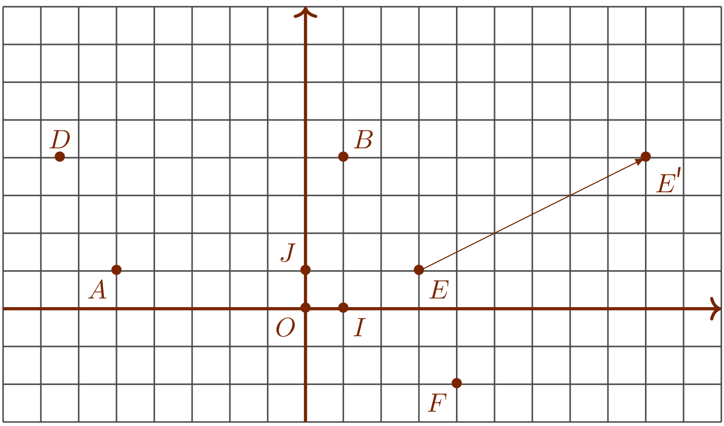
$$\boxed{ABCD \text{ est un rectangle.}}$$

Partie C.

1.

— Pas de justification graphique attendue du fait de l'utilisation des carreaux.

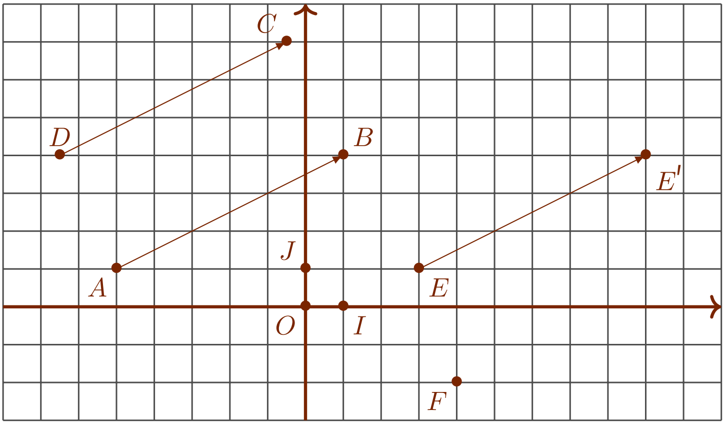


2. 

3.

— 0,25 pour la justification avec translation.
— 0,25 pour la justification avec parallélogramme.
— 0,25 pour la transitivité.

Identifiant Wims:



Démontrons que $\overrightarrow{EE'} = \overrightarrow{DC}$.

* E' est l'image de E par le translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ donc : $\overrightarrow{EE'} = \overrightarrow{AB}$.

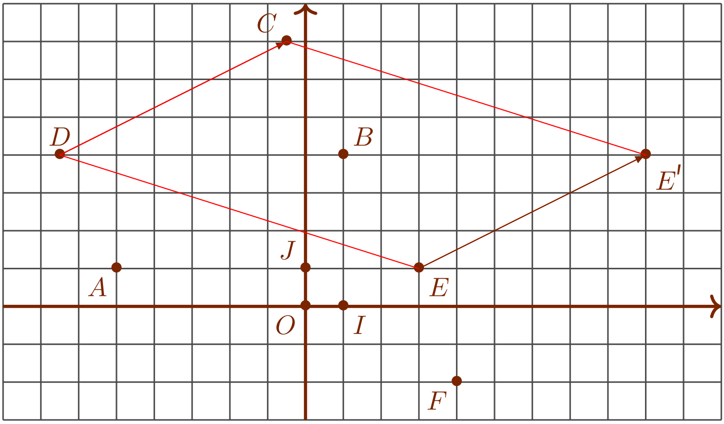
* D'après la question B.2, $ABCD$ set un parallélogramme donc : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

Des deux points précédents nous déduisons par transitivité :

$$\boxed{\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{EE'}.}$$

4.

— 0,25 pour un référence même vague à l'égalité précédente.
— 0,25 pour la nature correcte.



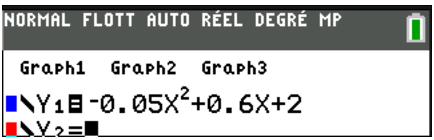
D'après la question précédente : $\overrightarrow{EE'} = \overrightarrow{DC}$, autrement dit

$EE'CD$ est un parallélogramme.

III Exercice. 7 points

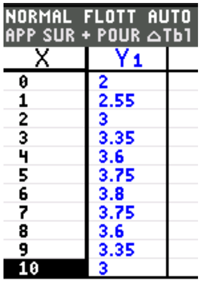
1. Réglons la calculatrice pour obtenir l courbe représentative de la fonction f.

   * Nous entrons l'expression algébrique de la fonction :

   * Il faut régler la question du réglage de l'affichage de la fenêtre. Pour les abscisses, en lisant l'énoncé nous voyons que le terrain fait un peu moins de 20 mètres, donc $0 \leqslant x \leqslant 20$.

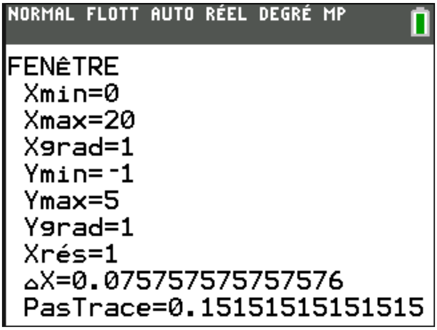
   * Pour les ordonnées, le ballon ne pouvant aller sous terre les valeurs négatives ne sont pas pertinentes.
     Pour la valeur maximale des ordonnées, le tableau de valeur



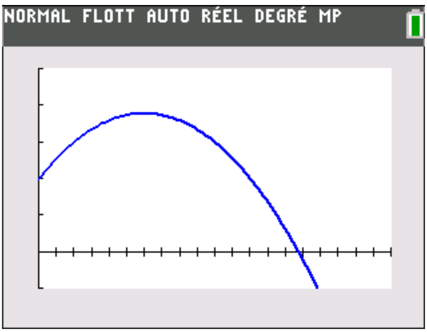
X	Y_1
0	2
1	2.55
2	3
3	3.35
4	3.6
5	3.75
6	3.8
7	3.75
8	3.6
9	3.35
10	3

que ce sera aux alentours de 4 mètres : $0 \leqslant y \leqslant 4$.

* En tenant compte des points précédentes voici un paramétrage fenêtre raisonnable :

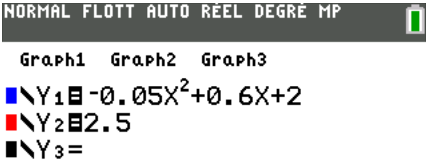


* Et voici la courbe correspondante.

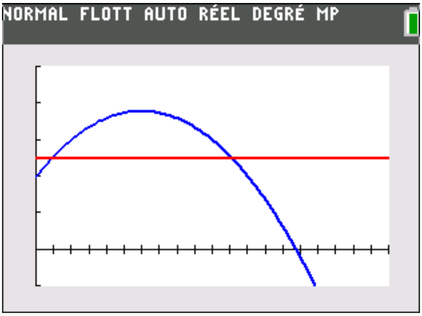


(a) Nous recherchons donc les antécédents de 2,5 par la fonction f. Autrement dit nous recherchons les abscisses des points d'ordonnée 2,5 de la courbe représentative de f.

Pour faciliter la lecture ajoutons le tracé de la fonction constante égale à 2,5 :



et nous obtenons alors la courbe :



L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = 2{,}5$ est $\{1; 11\}$.

Il était bien entendu possible d'utiliser le tableau de valeur, le déplacement du curseur sur le graphique (fonction trace), voire d'utiliser la fonction intersection.

(b) La courbe représentative n'atteint pas une ordonnée de 6, comme nous l'avons remarqué lors du paramétrage de la fenêtre.

L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = 6$ est $\varnothing$.

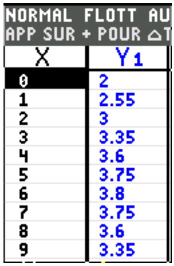
2. Le contexte de l'exercice (lancer de la balle vers la droite) et le choix de l'origine à la verticale du point de départ nous incitent à choisir :

$$\mathscr{D}_f = [0; +\infty[.$$

3.

— $-0{,}25$ par erreur.
— $-0{,}25$ si valeur approchées.

Là encore le tableau de valeur de la calculatrice est fort utile :


NORMAL FLOTT AU
APP SUR + POUR △T

X	Y1
0	2
1	2.55
2	3
3	3.35
4	3.6
5	3.75
6	3.8
7	3.75
8	3.6
9	3.35

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$f(x)$	2	2,55	3	3,35	3,6	3,75	3,8	3,75	3,6	3,35

4.

— 0,25 formule fonction.
— 0,25 premier argument du range.
— 0,25 second argument du range.

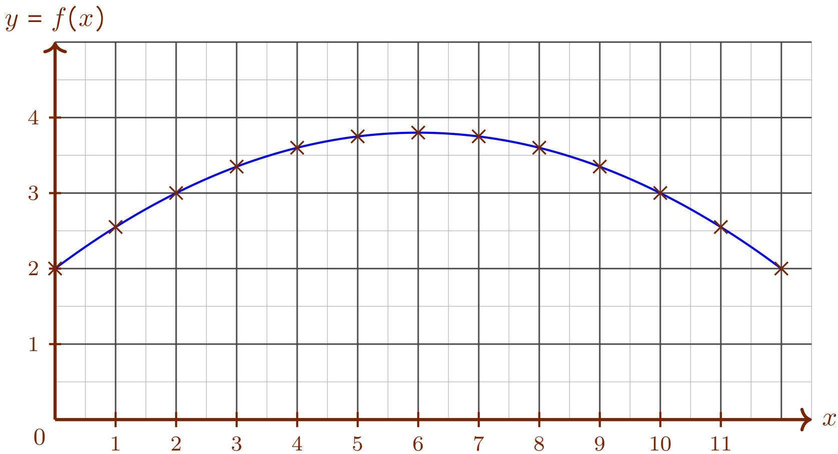
```
def f(x):
    y=-0.05x**2+0.6*x+2
    return(y)
```

```
for x in range(0,9+1):
    print(f(x))
```

5.

— −0,25 si pas de points placés.
— −0,25 si tracé trop moche.
— −0,25 si non respect de l'intervalle imposé.

Le tableau de valeurs permet de placer quelques points, puis, en s'inspirant du tracé de la courbe proposé par la calculatrice nous relions les points.



6.

— 0,25 pour faire le lien avec $f(0)$.
— 0,25 pour la réponse.

Calculons $f(0)$.

$$\begin{aligned} f(0) &= -0{,}05 \times 0^2 + 0{,}6 \times 0 + 2 \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\boxed{OA = 2 \text{ m.}}$$

7.

— 0,25 lien avec $f(10)$.
— 0,25 réponse.

Le filet est situé à 1 m + 9 m = 10 m du lanceur et le filet à une hauteur de 2,43 m.

Démontrons que $f(10) > 2{,}43$.

$$\begin{aligned} f(10) &= -0{,}05 \times 10^2 + 0{,}6 \times 10 + 2 \\ &= 3 \end{aligned}$$

Nous avons bien $f(10) > 2{,}43$ donc

le ballon passe au-dessus du filet.

8. (a)

$$f(x) = 3$$

équivaut successivement à :

$$\begin{aligned} -0{,}05x^2 + 0{,}6x + 2 &= 3 \\ -0{,}05x^2 + 0{,}6x + 2-3 &= 3-3 \\ -0{,}05x^2 + 0{,}6x - 1 &= 0 \end{aligned}$$

Les équations $f(x) = 3$ et $-0{,}05x^2 + 0{,}6x - 1 = 0$ sont équivalentes.

(b)

— 0,25 partir du coté factorisé.
— 0,25 double distributivité.
— 0,25 distributivité.

Démontrons que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $-0{,}05x^2 + 0{,}6x - 1 = -0{,}05(x-2)(x-10)$.

Il s'agit de démontrer l'égalité de deux expressions algébriques. Le plus simple est de développer l'une pour obtenir l'autre.

Soit $x \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned}
-0{,}05(x-2)(x-10) &= -0{,}05\left(x\times x + x\times(-10) + (-2)\times x + (-2)\times(-10)\right)\\
&= -0{,}05\left(x^2 - 10x - 2x + 20\right)\\
&= -0{,}05\left(x^2 - 12x + 20\right)\\
&= -0{,}05\times x^2 + (-0{,}05)\times(-12)x + (-0{,}05)\times 20\\
&= -0{,}05x^2 + 0{,}6x - 1
\end{aligned}$$

Nous avons démontré que

$$\boxed{\forall x \in \mathbb{R},\ -0{,}05(x-2)(x-10) = -0{,}05x^2 + 0{,}6x - 1.}$$

(c)

- 0,25 partir de l'équation factorisée.
- 0,25 résoudre équation produit.
- 0,25 réponses.
- 0,25 conclusion de la question 8.

Résolvons l'équation proposée.

$$-0{,}05x^2 + 0{,}6x - 1 = 0$$

équivaut succesivement à :

$$\begin{aligned}
-0{,}05(x-2)(x-10) &= 0\\
x-2 = 0 \quad &\text{ou} \quad x-10=0\\
x = 2 \quad &\text{ou} \quad x = 10\\
x = 2 \quad &\text{ou} \quad x = 10
\end{aligned}$$

$$\boxed{\text{L'ensemble des solution d l'équation est } \{2;10\}.}$$

Nous pouvons conclure pur la question 8 :

> La balle atteindra une hauteur de 3 m lorsqu'elle aura parcourue une distance au sol de 2 m puis de 10 m.